УДК 550.501.7:510.42

А.Я.Перельман, Т.В.Зиновьева

ВЛИЯНИЕ КОНТУРА ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СЛОЕ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА

Предложена модифицированная модель Ми, соответствующая сферическим рассеивателям с радиально меняющимся показателем преломления. Для предложенной модели разработана кусочно-гиперболическая аппроксимация и оценена ее точность. Показано, что модифицированная модель Ми позволяет воспроизвести данные экспериментов (например, для частиц космической пыли) значительно точнее, чем классическая модель Ми.

Во многих случаях результаты измерения оптических характеристик рассеяния, например, факторов эффективности, не удается удовлетворительно описать в рамках теории Ми [1,2]. В [3] была предложена обобщенная теория Ми, основанная на решении проблемы дифракции плоской волны на шаре с радиально меняющимся непрерывным показателем преломления. В [4] эта теория была распространена на случай кусочно-непрерывной модели аппроксимации. Алгоритм решения проблемы с помощью кусочно-гиперболической аппроксимации (КГА) был получен в [5].

Частные случаи проблемы изучались различными авторами [6–7]. Предлагаемое в [5] решение проблемы позволяет рассматривать произвольные контуры показателя преломления, причем в этом решении, помимо функций встречающихся в теории Ми (их количество в обоих случаях одинаково), используются только степенные функции, вообще говоря, с комплексным показателем.

В [5] рассматривались сферические частицы (R — параметр размера частицы) с промежуточным слоем $\rho_0 \le \rho \le R$ (ρ — дифракционное расстояние от центра сферы). Контур показателя преломления записывался в форме

$$\mathcal{M}(\rho) = \begin{cases} m_0, & 0 \le \rho < \rho_0, \\ M(\rho), & \rho_0 < \rho < R, \\ M, & \rho > R, \end{cases} \tag{1}$$

и выбранная модель имела вид

$$M(\rho) = \frac{\alpha_1}{\rho} + \frac{\alpha_2}{\rho^2} \quad (\rho_0 < \rho < R), \tag{2}$$

где значения α_1 и α_2 определялись формулами

$$M(\rho_0) = m_0, \quad M(R) = M, \tag{3}$$

(условия непрерывности $\mathcal{M}(\rho)$). Расчеты факторов эффективности ослабления Q_{ext} и обратного рассеяния Q_b проводились для контура показателя преломления (1)–(3) по КГА порядка k, где k — количество используемых аппроксимаций (эта схема описана ниже). Оказалось, что с ростом ширины $\Delta = R - \rho_0$ промежуточного слоя значения фактора Q_{ext} меняются значительно медленнее, чем значения фактора Q_b. С другой стороны, было показано, что при $\Delta \to 0$ предельные значения факторов Q_{ext} и Q_b совпадают с их значениями, найденными по теории Ми (которой соответствует $\Delta = 0$). За счет корректного подбора ширины промежуточного слоя Δ удалось достигнуть соответствия между теоретическими значениями факторов и данными их измерений [1] для космических частиц неправильной формы. Существенно, что такое соответствие было невозможно достигнуть в рамках теории Ми [1,2].

В [4] показано, что выражения для компонент рассеянного поля и различных факторов эффективности в проблеме дифракции на шаре с промежуточным слоем и в проблеме Ми имеют один и тот же вид. Эти выражения зависят от коэффициентов рассеяния a_n и b_n [8], которые в проблеме дифракции на шаре называются коэффициентами Ми. При замене рассеивающего шара на рассеивающий шар с промежуточным слоем коэффициенты Ми a_n и b_n нужно заменить на соответствующие обобщенные коэффициенты Ми, которые будем по-прежнему обозначать через a_n и b_n. КГА, описанная ниже, состоит в отыскании обобщенных коэффициентов Ми в случае контура показателя преломления (1).

Пусть $\rho_1, ..., \rho_{k-1}$ и $x_1, ..., x_k$ — произвольные наборы чисел, удовлетворяющие условию

$$\rho_0 < x_1 < \rho_1 < x_2 < \rho_2 < ... < \rho_{k-1} < x_k < \rho_k = R. \tag{4}$$

Имеем (j=1 соответствует электрической волне, j=2 — магнитной волне) [5]

$$A_{jn} = -B_{jn}(\psi_n)/B_{jn}(\zeta_n), \tag{5}$$

где $A_{1n} = a_n$ и $A_{2n} = b_n$. Здесь (ниже индекс суммирования $n = 1, 2, ...$ опускается, k — порядок аппроксимации)

$$B_j(g) = (a_{jk}\Delta_{j+} + c_{jk}\Delta_{j-})\delta_{j-}(g) - (b_{jk}\Delta_{j+} + d_{jk}\Delta_{j-})\delta_{j+}(g), \tag{6}$$

где

$$\Delta_{j\pm} = \begin{vmatrix} \rho_0^{-1.5+j\pm\nu_1} & \psi(m_0\rho_0) \\ (-1.5+j\pm\nu_1)\rho_0^{-2.5+j\pm\nu_1} & \tau_{j0}^{-1} m_0 \psi'(m_0\rho_0) \end{vmatrix}, \tag{7}$$

$$\delta_{j\pm}(g) = \begin{vmatrix} \rho_k^{-1.5+j\pm\nu_k} & g(\mu_k\rho_k) \\ (-1.5+j\pm\nu_k)\rho_k^{-2.5+j\pm\nu_k} & \tau_{jk}\mu_k g'(\mu_k\rho_k) \end{vmatrix}, \tag{8}$$

$$\nu_i = [(n+0.5)^2 - \gamma_i^2]^{0.5}, \quad \gamma_i = x_i M(x_i), \quad i = 1 \dots k, \tag{9}$$

$$m_i = \lim_{\substack{\rho \to \rho_i \\ \rho < \rho_i}} m(\rho), \quad \mu_i = \lim_{\substack{\rho \to \rho_i \\ \rho > \rho_i}} m(\rho), \quad i = 1 \dots k, \tag{10}$$

$$\tau_{1i} = m_i^2 \mu_i^{-2}, \quad \tau_{2i} = 1, \quad i = 1 \dots k. \tag{11}$$

В свою очередь, коэффициенты $a_{jk}, b_{jk}, c_{jk}, d_{jk}$ находятся по следующей схеме, представленной в матричной форме. Имеем $(k = 1)$

$$\begin{bmatrix} a_{j1} & b_{j1} \\ c_{j1} & d_{j1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

и $(k \geq 2)$

$$\begin{bmatrix} a_{jk} & b_{jk} \\ c_{jk} & d_{jk} \end{bmatrix} = \prod_{i=2}^{k} \begin{bmatrix} \alpha_{ji} & \beta_{ji} \\ \gamma_{ji} & \delta_{ji} \end{bmatrix} \tag{13}$$

Здесь

$$\begin{cases} \alpha_{ji+1} = \omega_{ji}(\nu_i, \nu_{i+1}), & \beta_{ji+1} = \omega_{ji}(\nu_i, -\nu_{i+1}), \\ \gamma_{ji+1} = \omega_{ji}(-\nu_i, \nu_{i+1}), & \delta_{ji+1} = \omega_{ji}(-\nu_i, -\nu_{i+1}), \end{cases} \tag{14}$$

где

$$\omega_{ji}(u, v) = 0.5 \rho_i^{-u+v} \{1 + u^{-1}[0.5 + \tau_{ji}(-0.5 + v)]\}. \tag{15}$$

Исследуем на типичных моделях $M(\rho)$ влияние контура показателя преломления (1) на результаты расчетов факторов Q_{ext} и Q_b по схеме КГА при условии, что ширина промежуточного слоя Δ фиксирована. Рассмотрим модели

$$M(\rho) = \sum_{i=1}^{4} \frac{\alpha_i}{\rho^i} \tag{16}$$

и

$$M(\rho) = \beta + \alpha(1 - e^{\rho - \rho_0}). \tag{17}$$

На рис. 1 изображены факторы Q_{ext} и на рис.2 — факторы Q_b для параметров размера R $(0 \leq R \leq 10)$ и $m_0 = 1.50$, расчитанные по теории Ми (кривые 1) и по обобщенной теории Ми (кривые $2-4$) при различных ширинах Δ промежуточного слоя. Кривые 2 описывают двухпараметрическую модель (2), представляющую частный случай модели (16) (при $\alpha_3 = \alpha_4 = 0$). Условия (3) обеспечивают непрерывность показателя преломления $\mathcal{M}(\rho)$ при любом ρ. В свою очередь, кривые 3 описывают четырехпараметрическую модель (16), параметры которой $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ находятся из условий

$$M(\rho_0) = m_0, \quad M(R) = M, \quad M'(\rho_0) = M'(R) = 0, \tag{18}$$

обеспечивающих непрерывность показателя преломления $\mathcal{M}(\rho)$ и его первой производной. Кривые 4 соответствуют двухпараметрической модели (17) с параметрами α и β (здесь $\beta = m_0$).

Результаты расчетов описывают изменения факторов Q_{ext} и Q_b, обусловленные использованием различных моделей контура показателя преломления в промежуточном слое при фиксированных значениях его ширины Δ. Показано, что Q_{ext} почти не зависит, а Q_b весьма слабо зависит от конкретного выбора этого контура. Таким образом, в случае невозможности описания данных оптических измерений в рамках теории Ми, приведение в соответствие результатов экспериментов с теорией может быть в первом приближении осуществлено с помощью КГА любого непрерывного контура показателя преломления за счет варьирования ширины Δ промежуточного слоя. Этот прием проиллюстрирован в [5] для случая космических частиц неправильной формы (fluffy particles), где использовалась модель (2)–(3) показателя преломления.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке фонда INTAS (грант 99/652).

1. *Giese R.H., Weiss K., Zerull R.H.,Ono T.* Large Fluffy Particles: A Possible Explation of the Optical Properties of Interplanetary Dust. // Astronomy and Astrophysics. 1978. V. 65. P.265–272.

2. *Шифрин К.С., Перельман А.Я., Кокорин А.М.* Оптические свойства частиц сложной структуры. Ансамблевый подход. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. N13. С. 790–794.

3. *Perelman A.Y.* Scattering in spherically symmetric media. // Appl.Opt. 1979. V. 18. N13. P. 2307–2314.

4. *Perelman A.Y.* Scattering by particles with radially variable refractive indices. // Appl.Opt. 1996. V. 35. N27. P. 5452–5460.

5. *Перельман А.Я., Зиновьева Т.В.* Рассеяние света на сфере с переменными оптическими свойствами промежуточного слоя. // Оптика и спектроскопия (сдана в редакцию).

6. *Пришивалко А.П., Бабенко В.А., Кузьмин В.Н.* Рассеяние и поглощение света неоднородными и анизотропными сферическими частицами. Минск: Наука и техника. 1984. 263с.

7. *Пришивалко А.П.* Оптические и тепловые поля внутри светорассеивающих частиц. Минск: Наука и техника. 1983. 190с.

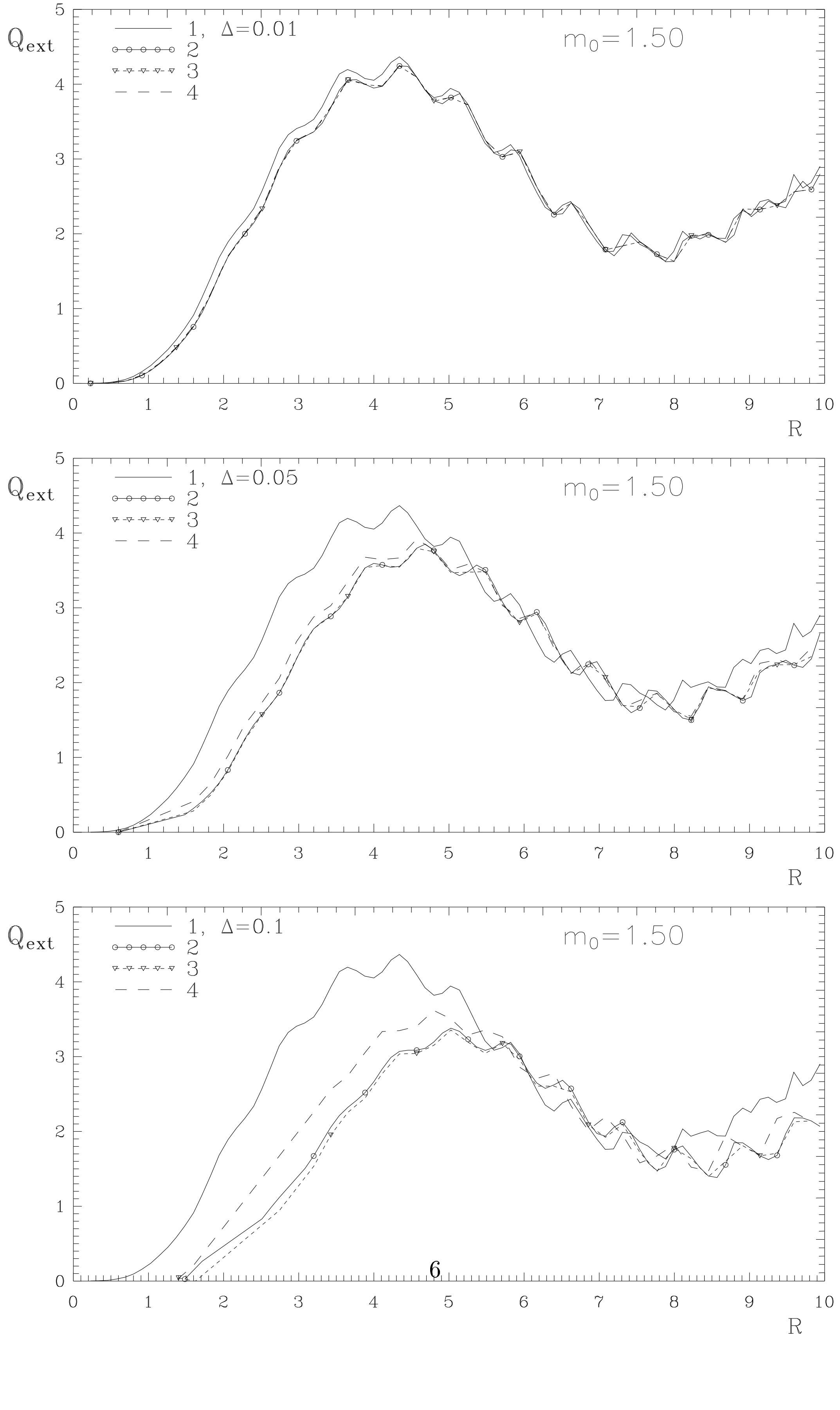
8. *Хюлст ван де Г.* Рассеяние света малыми частицами. М.: ИЛ, 1961. 356с.

Подписи под рисунками к статье А.Я.Перельмана и Т.В.Зиновьевой " ВЛИЯНИЕ КОНТУРА ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ В ПРОМЕЖУТОЧНОМ СЛОЕ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА"

Рис.1. Зависимость фактора эффективности ослабления от контура показателя преломления при $\Delta = 0.01$, $\Delta = 0.05$ и $\Delta = 0.1$

Рис.2. Зависимость фактора эффективности обратного рассеяния от контура показателя преломления при $\Delta = 0.01$, $\Delta = 0.05$ и $\Delta = 0.1$

А.Я.Перельман, Т.В.Зиновьева: Рис.1.



А.Я.Перельман, Т.В.Зиновьева: Рис.2.