

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ В АСТРОНОМИИ II: ПОИСК ГАРМОНИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТОВ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ОЧЕНЬ БОЛЬШИМИ ПРОПУСКАМИ

А. Ф. Холтыгин^{*1}, А. Б. Шнейвайс¹, Т. Е. Бурлакова², Ю. В. Миланова¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Астрономический институт

²Специальная астрофизическая обсерватория АН России

*e-mail: afk@theor1.astro.spbu.ru

Проведен анализ особенностей реализации алгоритма CLEAN Фурье-анализа коротких отрезков временных рядов и временных рядов, состоящих из коротких отрезков длиной ΔT , разделенных очень большими нерегулярными пропусками. Предполагалось, что во временных рядах присутствует гармонический компонент амплитуды A с периодом, большим длины максимального из отрезков временного ряда, и белый шум с дисперсией N^2 . Построены карты достоверности, определяющие в какой области параметров (ν, φ) , где ν – частота, а φ – фаза гармонического компонента, метод CLEAN позволяет определить значения ν и φ с заданной точностью. Результаты анализа использованы для поиска гармонических компонентов в вариациях профилей линии $H\beta$ в спектрах тройной звезды δ Ori A, полученных на БТА САО РАН в 2004 г.

Ключевые слова: временные ряды, Фурье-анализ, горячие звезды, профили линий, переменность

STOCHASTIC DATA IN ASTRONOMY: FOURIER ANALYSIS OF STRONGLY UNEVEN TIME SERIES *by A.F.Kholtygin, A.B.Shneiwais, T. E. Burlakova, Yu. V. Milanova*

An analysis of the CLEAN algorithm of Fourier-analysis of short time series and time series consisted for short segments separated by long irregular gaps is made. It is supposed that analysed time series consist of harmonic components with amplitude A and a period larger than the longest segment of the time series and the noise component with variance N^2 . We construct the reliability maps determining the regions of parameters (ν, φ) , where ν is a frequency and φ is a phase of the harmonic component where method CLEAN can determine the values ν and φ with the fixed accuracy. The results of our analysis are used for searching the harmonic components in the H_β line profile variations in the spectra of the triple star δ Ori A obtained in 2004 with 6-m telescope of the Special Astrophysical Observatory of the Russian Academy of Sciences.

Keywords: Time series, Fourier Analysis, hot stars, O-stars, line profiles, variability

1 Введение

Наиболее эффективным способом исследования структуры астрономических объектов является проведение их спектральных наблюдений в течение длительного периода с высоким временным разрешением. В ходе наблюдений измеряется интегральный поток от изучаемого объекта $F(t, \lambda)$ за промежуток времени $(t, t + \Delta T)$ в интервале длин волн $(\lambda, \lambda + \Delta\lambda)$. Наблюдаемый поток в силу присутствия в нем случайных ошибок измерений представляет собой двумерную *случайную функцию*.

Значения потоков $F(t_i, \lambda_j)$ измеряются для дискретного множества моментов наблюдения $\{t_i\}$ и набора значений длин волн $\{\lambda_j\}$, причем конкретные значения t_i и λ_j определяются звездной величиной изучаемого объекта, условиями его наблюдения и свойствами используемых детекторов (спектрографов и ПЗС-приемников). В силу конечной длительности промежутка времени Δt каждого наблюдения (экспозиции), важным является вопрос о выборе значения t_i , за который мы будем в дальнейшем принимать момент середины экспозиции.

Совокупность всех значений $F(t_i, \lambda_j)$ называется *динамическим спектром* исследуемого объекта. Одной из основных задач анализа *динамических спектров* является выявление периодических компонентов вариаций профилей линий. Решение этой задачи сводится к анализу временных рядов $F(t_i, \lambda_j)$ для всех значений λ_j , лежащих в пределах профиля линии.

При достаточной длине временного ряда выделение гармонических компонентов вариаций профилей является рутинной задачей [4, 5]. К сожалению, получение длинных временных рядов не всегда возможно из-за погодных условий и проблем с выделением необходимого количества наблюдательного времени. По этой причине полученные в результате проведенных наблюдений временные ряды бывают слишком короткими или состоящими из коротких отрезков временных рядов, разделенных большими временными промежутками. При этом очень частой является ситуация, когда период гармонических вариаций профилей больше любого из отрезков ряда.

Целью настоящей работы является выяснение ответа на вопрос, возможно ли для таких рядов достаточно точное определение характеристик гармонических компонентов вариаций профилей при предположении, что такие компоненты в изучаемых рядах реально присутствуют. Во второй части настоящей работы уточняется постановка задачи. В третьей части настоящего исследования проводится предварительный анализ модельных временных рядов, включающих гармонический компонент, с периодом, большим длины временного ряда или отрезков временного ряда. Анализ модельных коротких рядов и рядов с большими пропусками с помощью построения *карт достоверности* [6] представлен в § 4. В пятом параграфе предложенная методика используется для анализа наблюдений тройной системы δ Ori A на БТА в 2004 г. Некоторые выводы сделаны в последнем параграфе работы.

2 Постановка задачи

Предположим, что в результате проведения серии наблюдений измерены значения потоков от наблюдаемого объекта $F(t_i, \lambda_j)$, $i = 1, \dots, m$, где m - число проведенных наблюдений, $j = 1, \dots, n$, а n - число значений длин волн λ_j в пределах профиля изучаемой

линии, для которых выполнены измерения потока. Для поиска гармонических компонентов вариаций профилей линий построим совокупность центрированных временных рядов $G(t, \lambda_j) = F(t, \lambda_j) - \overline{F}(\lambda_j)$, где $\overline{F}(\lambda_j) = [\sum_{i=1}^m F(t_i, \lambda_j)]/m$ – средний поток на длине волны λ_j за все время наблюдений. Для обычно используемых в измерениях потоков детекторов – ПЗС-матриц можно предполагать независимость временных рядов $G(t, \lambda_k)$ и $G(t, \lambda_l)$ при $k \neq l$.

Предположим, что функцию $G(t, \lambda_j)$ можно представить совокупностью гармонических компонентов и белого шума:

$$G(t, \lambda_j) = \sum_{k=1}^L A_k \cos(2\pi\nu_k t + \varphi_k) + \sigma_N \mathcal{N}, \quad (1)$$

где A_k, ν_k, φ_k – соответственно амплитуды, частоты и фазы гармонических компонентов (зависящие от выбранного значения λ_j), L – число гармоник, \mathcal{N} – случайная величина с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, распределенная по нормальному закону, σ_N – стандартное отклонение белого шума. Пусть $A_{\max} = \max(A_k)$ при $k = 1, \dots, L$ – максимальная амплитуда гармонических компонентов.

Представим величину $\sigma_N = A_{\max}/\Upsilon$, где $\Upsilon = A_{\max}/N$ – характеристика степени вклада шумового компонента в исследуемый сигнал. Значения $\Upsilon \gg 1$ соответствуют случаю малости вклада белого шума.

Возможна формулировка двух задач. Первая – выделение гармонических компонентов на заданном уровне значимости $q \ll 1$ гипотезы о присутствии сильного пика шумового компонента в реальных рядах наблюдений. Вторая – та же, что и первая, но для модельных временных рядов на временной сетке, определяемой реальными рядами, с модельными гармоническими компонентами и с параметрами гармонических компонентов, полученными при решении первой задачи. В этом случае решение модельной задачи должно подтвердить достоверность выделения гармонических компонентов из реальных рядов на заданном уровне значимости. Более подробно используемая методика описана в статье [6]. В настоящей работе мы ограничимся случаем наличия одного гармонического компонента в модельных временных рядах ($L = 1$).

Для гармонического анализа временных рядов будем использовать алгоритм CLEAN Фурье-анализа [4] в модификации, предложенной в работе [5].

3 Фурье-анализ модельных временных рядов

3.1 Короткие временные ряды

Построим модельный временной ряд, включающий гармонический компонент с периодом бóльшим длины временного ряда, используя параметры наблюдений тройной звезды δ Ori A, выполненных нами на БТА в 2004 г. [3]. Предположим, что за полное время наблюдений T произведено N наблюдений с постоянным промежутком времени ΔT между наблюдениями. Выберем значение $\Delta T = 0.003$ дня = 4.3 мин, что соответствует приблизительно 334 наблюдениям в течение суток. Такая величина ΔT равна интервалу между последовательными спектральными наблюдениями тройной звезды δ Ori A, выполненными нами на БТА в 2004 г. (см параграф 5).

На Рис. 1 представлены результаты выполненного нами анализа модельных временных рядов с частотой $\nu_0 = 5.96 \text{ d}^{-1}$ (период $T_0 = 0.168 \text{ d}$) при $N = 40, 80, 160$ и 320.

Разрешение периодограммы обычно считается равным $1/T$ (см., например, [5]). Таким образом с формальной точки зрения минимальная частота, которая еще может быть найдена из анализа отрезка временного ряда длиной $T - \nu_{\min} = 1/T$. Для значения $N = 40$ длина временного ряда $T = 0.12 \text{ d}$, что дает значение $\nu_{\min} = 8.3 \text{ d}^{-1}$. В то же время из рисунка 1 видно, что несмотря на то, что условие $\nu > \nu_{\min}$ не выполняется, частота периодического компонента определяется достаточно точно.

Отметим, что при значениях фазы периодического компонента, отличных от используемой нами величины $\varphi = 5.5$ (например, при $\varphi \in [3, 5]$), метод CLEAN не позволяет выделить гармонический компонент временного ряда при $N = 40$. Тем самым можно сделать вывод, что *даже для коротких отрезков временных рядов, меньших длины гармонического компонента ряда, при некоторых значениях фазы данного компонента, его частота может быть найдена*. Более детально этот вопрос рассмотрен в пункте 4.1 настоящей работы.

На рисунке 1 видно улучшение разрешения по частоте с ростом величины отношения длины ряда T к периоду T_0 . Однако и для короткого временного ряда ($N = 40$) значение частоты гармонического компонента находится достаточно точно. На Рис. 2 сравниваются модельный и восстановленный временные ряды на промежутке времени $T = 1.1d$. Видно, что даже для далеких от анализируемого временного ряда промежутков времени, смещение по времени восстановленного ряда достигает всего лишь 0.1 - 0.2 периода.

3.2 Анализ рядов с очень большими пропусками

Проанализируем результаты определения характеристик временного ряда при наблюдениях, состоящих из коротких (меньше периода $P = T_0$) отрезков ряда, разделенных длительными промежутками. Предположим, что анализируемый временной ряд представляет собой совокупность m коротких отрезков длиной $T < T_0$, разделенных большими промежутками длительностью $\Delta T \gg T$.

На рисунке 3 представлены результаты анализа методом CLEAN указанных модельных временных рядов с $m = 2$ и $N = 40$ при длинах промежутка $\Delta T = 5 \text{ d}$ и 24.3 d . С увеличением промежутка времени между наблюдениями ширина лепестка периодограммы, соответствующего данному гармоническому компоненту, уменьшается.

4 Функция достоверности для временных рядов

Изложим методику построения карт достоверности определения гармонических параметров временных рядов, следуя нашей работе [6].

Предположим, что при применении алгоритма CLEAN к анализируемому временному ряду был выделен компонент с параметрами ν , A^0 , φ . Построим последовательность модельных временных рядов с фиксированным значением амплитуды гармонического компонента A^0 и значениями параметров ν и φ в промежутках $\nu_{\min} \leq \nu \leq \nu_{\max}$ и $\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$, выбранных таким образом, чтобы охватить все возможные для

данного процесса значения параметров ν и φ . В частности, значения φ выбираются в промежутке $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Значения же частоты гармонического компонента ограничим промежутком $\nu \in [0.05, 10]$. Данный промежуток охватывает все возможные значения гармонических компонентов исследуемых нами вариаций профилей линий в спектрах звезд ранних спектральных классов, связанных с вращательной модуляцией профилей и нерадиальными пульсациями (НРП) этих звезд [1, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13].

Для всех значений сетки (ν, φ) был выполнен анализ модельного временного ряда с использованием алгоритма CLEAN и найдены параметры ν^* , A^* и φ^* , которые могут быть отличны от вводимых параметров ν , A^0 и φ . Определим ошибки нахождения параметров модельного ряда: $\Delta\nu = |\nu - \nu^*|$, $\Delta A = |A^0 - A^*|$ и $\Delta\varphi = |\varphi - \varphi^*|$.

Выберем *критерий точности* определения данного параметра, сводящийся к установлению максимально возможного отклонения точного и определенного значения каждого из параметров для анализируемого процесса. То есть предполагается, что если ошибки определения параметров найденного гармонического компонента ν^* , A^* и φ^* не превысили выбранных максимальных отклонений, то данный компонент присутствует в анализируемом процессе. Если же ошибка в определении величины хотя бы одного параметра превысила максимально возможную, то считается, что данный гармонический компонент на рассматриваемой временной сетке не может быть восстановлен с достаточной степенью точности.

Определим три критерия точности нахождения параметров временного ряда:

Критерий А: $|\nu - \nu^*| < 0.1$, $|(A^0 - A^*)/A^0| < 0.1$ и $|\varphi - \varphi^*| < 0.1$;

Критерий В: $|\nu - \nu^*| < 0.2$, $|(A^0 - A^*)/A^0| < 0.2$ и $|\varphi - \varphi^*| < 0.2$;

Критерий С: $|\nu - \nu^*| < 0.5$, $|(A^0 - A^*)/A^0| < 0.5$ и $|\varphi - \varphi^*|$ - любое.

Здесь A^0 – амплитуда генерируемого модельного ряда. Предполагается, что время измеряется в днях, частоты в d^{-1} , а фазы φ – в радианах. Использование критериев А и В позволяет с достаточно высокой степенью надежности судить о частоте, амплитуде и фазе искомого периодического процесса, тогда как критерий С говорит только о том, что в данном временном ряде присутствует периодический процесс, но для надежного определения характеристик этого процесса необходимо проведение дополнительного анализа и, возможно, увеличение числа точек в анализируемом ряде.

Используя введенные критерии точности определения параметров ν , A^0 и φ , введем *функцию достоверности* $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, \Upsilon, q)$, определив ее следующим образом:

$$R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, \Upsilon, q) = \begin{cases} 1, & \text{критерий } \mathcal{K} \text{ выполнен,} \\ 0, & \text{критерий } \mathcal{K} \text{ не выполнен} \end{cases} \quad (2)$$

Значения *функции достоверности* $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, \Upsilon, q)$ зависят от выбора критерия точности \mathcal{K} отношения $\Upsilon = A/N$ и принятого уровня значимости q .

Использование *функции достоверности* проиллюстрируем следующим примером. Предположим, что в результате Фурье-анализа какого-либо временного ряда $F(t)$ выделен гармонический компонент с частотой ν , амплитудой A^0 и фазой φ . Если значение функции достоверности $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, \Upsilon, q) = 1$, то можно считать, что данный компонент выделен в соответствии с критерием точности \mathcal{K} на уровне значимости q . Если же значение $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, \Upsilon, q) = 0$, то будем считать, что данный компонент *не может быть*

выделен с заданной точностью. Отметим, однако, что этот компонент может быть обнаружен при задании менее строгого критерия точности \mathcal{K} , большего отношения A/N и (или) большего уровня значимости q .

Степень надежности выделения искомого гармонического компонента из временного ряда на заданном уровне точности удобно иллюстрировать с помощью *карт достоверности*, показывающих величину функции $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, q)$ в зависимости от значений ν и φ . В соответствии с замечанием, сделанным в работе [5], желательна также проверка на то, что частота найденного гармонического компонента не попала на максимум спектрального окна, вблизи которого надежность определения параметров этого компонента уменьшается.

4.1 Карты достоверности коротких временных рядов

Карты достоверности для временных сеток, описанных в пункте 3.1 и критериев точности А, В и С для модельных рядов с добавлением шумового компонента с $A/N = 5$ при значении $q = 10^{-7}$, представлены на рис. 4. Черным цветом на рисунке выделены области параметров ν и φ , в которых функция достоверности $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, q) = 1$. В этой области можно восстановить параметры модельного ряда с заданной точностью.

Выбранное значение $A/N = 5$ типично для гармонических компонентов вариаций профилей линий в спектрах горячих звезд [1, 2, 3]. Следует, однако, заметить, что результаты наших расчетов показали, что значения функции достоверности слабо зависят от отношения A/N вплоть до величины $A/N \approx 1$ и только при меньших значениях этого отношения область значений параметров (ν, φ) , при которых $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, q) = 1$ резко уменьшается. При $A/N < 0.5$ данная область практически исчезает, что означает невозможность выделения регулярных компонентов из отрезков сильно зашумленных временных рядов. Ввиду слабой зависимости функции достоверности от отношения A/N при $A/N \geq 3 - 5$, в дальнейшем мы будем рассматривать только карты достоверности для величины $A/N = 5$.

Формальная нижняя граница области частот гармонических компонентов, которые могут быть еще выделены из анализируемого временного ряда длительности T равна ($\nu_{\min} = 1/T, \text{d}^{-1}$, если T измеряется в днях, см. пункт 3.1). Подставляя в это выражение принятые нами значения $N = 40, 80$ и 160 , получим соответственно: $T = 0.12 \text{ d}$, $\nu_{\min} = 8.3 \text{ d}^{-1}$, $T = 0.24 \text{ d}$, $\nu_{\min} = 4.2 \text{ d}^{-1}$ и $T = 0.48 \text{ d}$, $\nu_{\min} = 2.1 \text{ d}^{-1}$.

В то же время из рисунка 4 видно, что даже при использовании критерия точности А и очень малом значении $q = 10^{-7}$ можно восстановить с достаточной точностью параметры гармонического компонента, заданного на сетках с $n = 40, 80$ и 160 в области $\nu < \nu_{\min}$, хотя и только при отдельных значениях ν и φ . При $n = 40$ действительная граница области определяемых частот гармонического компонента $\nu_{\min}^{\text{real}} \approx 6 \text{ d}^{-1}$.

Отметим, что в согласии с результатами пункта 3.1, параметры гармонического компонента анализируемого в нем модельного временного ряда ($N = 40, \nu = 5.96 \text{ d}^{-1}$) попадают в область, где значения функции достоверности $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, q) = 1$.

Увеличение значения N до $N = 80$ и $N = 160$ приводит к понижению нижней границы определяемых частот гармонических компонентов до $\approx 2.5 \text{ d}^{-1}$ и $\approx 1.5 \text{ d}^{-1}$ соответственно, но не устраняет *дырчатость* карт достоверности, говорящую о том, что существуют большие области параметров (ν, φ) , при попадании в которые параметров гармонических компонентов, они никаким образом не могут быть выявлены.

Наличие таких *запрещенных* областей параметров (ν, φ) связано как с принудительным центрированием временного ряда, так и с крайне низким значением параметра $q = 10^{-7}$, использованного нами при построении карт достоверности. Уменьшение строгости критерия точности выявления гармонического компонента (переход от критерия А к критериям В и С) приводит к практически полному исчезновению лагун в картах достоверности в области частот $\nu > \nu_{\min}$ при $N \geq 80$. В то же время для короткого отрезка временного ряда $N = 40$ даже при использовании критериев В и С область достоверно определяемых параметров (ν, φ) остается весьма малой.

4.2 Карты достоверности для коротких отрезков временных рядов, разделенных большими пропусками

Карты достоверности для временных сеток, описанных в пункте 3.2 с большим пропуском ΔT и критериев точности А, В и С для модельных рядов с добавлением шумового компонента с $A/N = 5$ при значении $q = 10^{-7}$ представлены на рис. 5. Результаты наших расчетов показывают, что добавление белого шума практически не меняет область достоверно определяемых параметров гармонического компонента по сравнению со случаем без шумового компонента с $A/N = \infty$.

Из рисунка видно, что, хотя область параметров (ν, φ) , в которой значения параметров гармонического компонента могут быть определены с заданной точностью, значительно увеличилась по сравнению с такой же областью для временного ряда, состоящего из одного отрезка, области *неопределяемых* значений параметров остались очень большими. Отметим, что добавление дополнительного отрезка ряда, хотя и разделенного большим пропуском, приводит к уменьшению значения минимальной частоты, для которой еще возможно выделить модельный компонент модельного временного ряда.

5 Поиск регулярных компонентов вариаций профилей в спектре звезды δ Ori A

Спектральные наблюдения тройной системы δ Ori A были выполнены нами в рамках программы поиска быстрой переменности профилей линий в спектрах звезд ранних спектральных классов [1] в ночь 10/11 января 2004 г. на 6-м телескопе САО. Использовался кварцевый эшелле-спектрограф НЭС, стационарно установленный в фокусе Нэсмита и оснащенный ПЗС-детектором 2048 x 2048 элементов (Uppsala CCD). Характеристики выполненных наблюдений и параметры звезды описаны в статье [3].

За полное время наблюдений $\approx 2^h 50^m$ было получено 40 спектров звезды с экспозицией 180 сек. С учетом времени считывания ПЗС временное разрешение составило 260 сек. Промежуток времени между получением последовательных спектров звезды составил значение $\Delta T = 0.003$ d, используемое нами при построении модельных временных рядов.

Отношение сигнал/шум на один пиксел составило 500 для *синей* области спектра (4500 Å) и 800 для *красной* (6000 Å). Первичная редукция ПЗС-изображений эшелльных спектров выполнена в среде MIDAS. Для исследования переменности профилей линий обработанные спектры нормировались на континуум, построенный в каждом

эшелле-порядке. Для выделения переменных деталей профилей линий были построены разностные профили (индивидуальный минус средний профиль линии), причем для получения среднего профиля использовались все 40 спектров δ Ori A.

Предварительный анализ спектров звезды δ Ori A, выполненный нами в статье [3], показал возможное присутствие гармонического компонента с частотой $\nu \approx 5.9 \text{ d}^{-1}$ в вариациях профилей линий HeII λ 4686, HeI λ 4713 и H β . В настоящем параграфе мы исследуем надежность выделения гармонического компонента, основываясь на методике построения функции достоверности, описанной в §4. Для большей надежности анализа мы сконцентрируемся на анализе вариаций профилей линии H β , так как для данной линии эти вариации максимальны.

Для иллюстрации на Рис. 6 представлены динамические разностные профили линии H β в спектре δ Ori A. Отклонения индивидуальных профилей от среднего по всем спектрам показаны оттенками серого цвета. Для наглядности шкала длин волн преобразована в шкалу доплеровских смещений от центра линии. На левом рисунке даны исходные вариации профилей, а на среднем и правом – сглаженные с гауссовыми фильтрами шириной $W = 0.1$ и 0.02 \AA соответственно.

На рисунках заметны регулярные изменения профилей линии H β . Видно, что перемещение горбов профилей (светлые области на графике плотности) происходит от фиолетового к красному крылу профиля. При увеличении ширины фильтра регулярность вариаций профиля выявляется более отчетливо.

С целью поиска регулярных компонентов вариаций профилей нами был выполнен Фурье-анализ переменности профилей линий в спектре δ Ori A. Для очистки Фурье-спектра от ложных пиков использовался алгоритм CLEAN [4] в модифицированном варианте, описанный Витязевым [5].

На Рис. 7 представлены контурные графики квадрата модуля амплитуды Фурье-преобразования (Фурье-спектры) для линии H β при разных значениях уровня значимости q гипотезы о присутствии сильного пика в периодограмме шумового компонента временного ряда. Каждому уровню значимости соответствует значение уровня отсчетов периодограммы N_q , такое, что вероятность того, что максимальное значение периодограммы белого шума превысит уровень N_q , равно как раз величине q . При построении диаграммы плотности спектра мощности Фурье-преобразования для наглядности отбрасывались все значения периодограммы меньшие значения N_q , соответствующего уровню значимости q . Тем самым, на графиках представлены только значимые на уровне q отсчеты периодограммы.

Кроме того, при построении периодограмм использовались только те значения частот ν и доплеровских смещений V , для которых функция достоверности $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, q) = 1$, где φ – значение фазы гармонического компонента, соответствующее данному значению V .

На рисунке видно присутствие широкого пика на частоте $\nu \approx 5.9 \text{ d}^{-1}$. Большая ширина пика связана с относительно низким разрешением Фурье-спектра из-за малой длительности периода наблюдений, что наглядно видно на Рис. 1. При уменьшении величины q увеличивается значение N_q , и, в то же время, уменьшается ширина пика периодограммы, соответствующая выделенному гармоническому компоненту.

Величина $P = 1/\nu \approx 4^h.1$ больше длительности наблюдений $T \approx 2^h50^m$, поэтому ее нельзя прямо отождествить с периодом регулярных вариаций профилей. Будем называть, поэтому, эту величину *квази-периодом* регулярных вариаций профилей.

Обычно предполагается, что точность определения частоты гармонического компонента $\Delta\nu = 1/T$, что больше самой величины ν . В то же время проведенный нами выше анализ показывает, что в случае присутствия в анализируемом временном ряде гармонического компонента с частотой $\nu \approx 5.9 \text{ d}^{-1}$ его частота для тех частот и фаз, для которых функция достоверности $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}, q) = 1$, определяется с более высокой точностью, соответствующей выбранному критерию \mathcal{K} .

В качестве дополнительного аргумента в пользу гипотезы о присутствии гармонического компонента в вариациях профилей линий отметим, что восстановленный временной ряд хорошо воспроизводит поведение реального временного ряда вариаций профиля линии H_β , что хорошо видно на Рис. 8.

В настоящий момент мы можем утверждать то, что вариации разностных профилей линии H_β в спектре звезды $\delta \text{ Ori A}$ могут быть аппроксимированы отрезками синусоиды с частотой $\nu \approx 5.9 \text{ d}^{-1}$ и, соответственно, периодом $P \approx 4^h.1$, по крайней мере для значений $V = -200 \div 100 \text{ км/с}$. Увеличение значения уровня значимости q от 10^{-7} до 10^{-2} , как видно из рисунка 7, приводит к росту области длин волн (доплеровских смещений) на профиле линии H_β , для которых выявляется возможное присутствие гармонического компонента с частотой $\nu \approx 5.9 \text{ d}^{-1}$.

Исходя из проведенного нами исследования возможности определения параметров гармонического компонента вариации профилей при $N = 40$ (см. рисунок 4) очевидно, что только в узких интервалах фаз гармонического компонента (и связанных с ними интервалах доплеровских смещений) эти параметры могут быть найдены.

Отсутствие в Фурье-спектре максимумов, связанных с гармоническим компонентом с периодом $\approx 4^h$ при доплеровских смещениях V , отличных от приведенных на Рис. 7 может быть связано не с реальным эффектом, а с неблагоприятными для Фурье-анализа значениями фаз данного компонента. Таким образом можно сделать предварительное заключение о возможном присутствии в вариациях профилей линии H_β в спектре звезды $\delta \text{ Ori A}$ указанного выше гармонического компонента для всех доплеровских смещений от центра линии.

Вариации профилей с непрерывно меняющейся вдоль профиля фазой гармонического компонента характерны для переменности профилей, связанных с нерадиальными фотосферными пульсациями исследуемой звезды [14]. Вывод о связи переменности профилей линий в спектре $\delta \text{ Ori A}$ с НРП квадрупольной моды ($l = 2$) был ранее сделан нами на основании анализа вейвлет-спектра вариаций профилей линий в спектре звезды [3]. Проведенное в настоящей работе исследование дает дополнительное свидетельство в пользу этого предположения.

Для подтверждения реальности найденного периода и предполагаемой авторами природы обнаруженных вариаций профилей линий предполагается получение спектров звезды $\delta \text{ Ori A}$ в течение 2-3 ночей, что позволит охватить 4-6 циклов НРП.

6 Заключение

На основании проведенного исследования особенностей реализации алгоритма CLEAN Фурье-анализа коротких временных рядов, меньших периода гармонического компонента ряда и временных рядов, состоящих из коротких отрезков временных рядов, разделенных большими пропусками, а также из анализа спектральных наблюдений тройной

звезды δ Ori A можно сделать следующие выводы:

1. При некоторых значениях фаз гармонического компонента анализируемого временного ряда возможно достаточно точно определить его частоту, амплитуду и фазу на основании Фурье-анализа коротких отрезков временных рядов с длиной, меньшей периода гармонического компонента.
2. Фурье-анализ временных рядов, состоящих из коротких отрезков (с длиной меньше периода гармонического компонента ряда), разделенных длительными пропусками, показал существенное увеличение области допустимых параметров, для которых возможно определение параметров гармонического компонента, по сравнению с анализом только одного короткого отрезка ряда.
3. Профиль линии H_{β} в спектре звезды δ Ori A оказался переменным с амплитудой переменности 0.5-1%. Получены свидетельства возможного присутствия в вариациях профилей линии H_{β} гармонического компонента с периодом $\approx 4^h$. Сделан вывод о возможной связи данного компонента вариаций профиля линии H_{β} с нерадиальными фотосферными пульсациями звезд системы δ Ori A в квадрупольной моде ($l = 2$).

Работа поддержана грантами РФФИ 05-02-16995 и 06-02-17096 и грантом Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ-8542-2006.2.

Список литературы

1. Холтыгин А.Ф., Монин Д.Н., Сурков А.Е., Фабрика С.Н., 2003 Письма в Астрон. ж., 2003а, **29**, 208
2. Холтыгин А.Ф., Галазутдинов Г., Бурлакова Т.Е., Валявин Г.Г., Фабрика С.Н., *Yueong-Cheol Lee*, Астрон. ж., **83**, 620 (2006)
3. Холтыгин А.Ф., Бурлакова Т.Е., Фабрика С.Н., Валявин Г.Г., Юшкин М.В., Астрон. ж., в печати (2006)
4. *Roberts D.H., Lehar J., Dreher J.W.* 1987, *Astron. J.*, **93**, 968
5. *Витязев В.В.* 2001, Анализ неравномерных временных рядов, СПб.: Изд. СПбГУ, 68 с.
6. Холтыгин А.Ф., Шнейвайс А.Б., 2005, *Астрофизика*, **48**, 87
7. *Marchenko S., Moffat A.F.J* *Astrophys. J.*, 1998, v. 499, p. L195.
8. *Neiner C., Hubert A.M., Floquet M. et al.*, *Astron. Astroph.*, **388**, 899 (2002)
9. *Henrichs H., Kaper L., Nichols J.S.*, *Astron. Astroph.*, **285**, 565 (1994)
10. *de Jong J.A., Henrichs H.F., Schrijvers S., Gies D.R., Telting J.H., Kaper L., Zwarthoed G.A.*, *Astron. Astroph.*, **345**, 172 (1999)
11. *de Jong J.A., Henrichs H.F., Kaper L., Nichols J.S. et al.*, *Astron. Astroph.*, **368**, 601 (2001)
12. *Kaper L., Henrichs H.F., Fullerton A.W., Ando H. et al.*, *Astron. Astroph.*, **327**, 281 (1997)
13. *Kaper L., H.F.Henrichs, J.S.Nichols, J.H.Telting et al.*, *Astron. Astroph.*, **344**, 231 (1999)
14. *Telting J.H., Schrijvers C.*, *Astron. Astroph. Suppl. Ser.*, **121**, 343 (1997)

Список иллюстраций

1	Периодограмма (Фурье-спектр мощности) модельного временного ряда с частотой $\nu_0 = 5.96 \text{ d}^{-1}$ (период $T_0 = 4.03\text{ч}$), амплитудой $A=1.0$ и фазой $\varphi = 5.5$ с шагом $\Delta T = 0.003d$ при значениях $N=40, 80, 160$ и 320 точек временного ряда (сплошная линия) и уровень шума, соответствующий значению уровня значимости $q = 10^{-7}$ гипотезы о присутствии сильного пика в периодограмме белого шума (пунктир). Полные длительности T рассматриваемых отрезков временного ряда указаны на каждом из рисунков. Стрелками отмечено точное значение частоты модельного ряда.	13
2	Сравнение модельного (без вклада шумового компонента N) и восстановленного по первым 40 (слева) и 80 (справа) точкам модельного временного ряда с отношением $A/N = 5$ на промежутке времени $T = 1.1d$. Параметры модельных рядов даны в подписи к Рис. 1.	14
3	То же, что на Рис. 1, но для для двух последовательностей ($m=2$) временных точек с $N = 40$, разделенных промежутками $\Delta T = 5 \text{ d}$ и $\Delta T = 24.3 \text{ d}$	15
4	Карты достоверности для определения параметров ν и φ из анализа коротких временных рядов. Карты А (верхний ряд), В (средний ряд) и С (нижний ряд). В каждом из рядов левая карта соответствует временному ряду из $N = 40$ равномерно распределенных временных отсчетов с $\Delta T = 0.003 d$ ($\nu_{\min} = 8.3 \text{ d}^{-1}$), средняя – значению $N = 80$ ($\nu_{\min} = 4.2 \text{ d}^{-1}$), правая $N = 160$, ($\nu_{\min} = 2.1 \text{ d}^{-1}$). Карты построены для значениях уровня значимости $q = 10^{-7}$ и параметра $A/N = 5$	16
5	Карты достоверности для определения параметров ν и φ для рядов с большим пропуском пропуском $T_{\text{gap}} = 3 \text{ d}$. Карты А (верхний ряд), В (средний ряд) и С (нижний ряд) В каждом из рядов левая карта соответствует временному ряду из $N = 40 + 40$ равномерно распределенных временных отсчетов с $\Delta T = 0.003 d$, разделенных пропуском T_{gap} средняя – значению $N = 80 + 80$, правая $N = 160 + 160$. Значения $q = 10^{-7}$ и $A/N = 5$	17
6	Динамические спектры вариаций профилей линии H_{β} в спектре звезды $\delta \text{ Ori A}$. Слева: несглаженные вариации профилей, в середине – сглаженные с гауссовым фильтром шириной 0.1 \AA , справа – с шириной 0.2 \AA . Интервал между последовательными спектрами 4 мин. Ось времени (часы) направлена снизу вверх, лучевые скорости – в км/с. Темным областям на рисунках соответствуют менее яркие участки относительно среднего профиля (впадины), светлым – более яркие (горбы).	18
7	Фурье-спектры мощности вариаций профилей линий в спектре звезды $\delta \text{ Ori A}$ в линии H_{β} при значениях $q = 10^{-2} - 10^{-7}$	19
8	Сравнение оригинального временного ряда вариаций профиля линии H_{α} в спектре $\delta \text{ Ori}$ (10/11 января 2004 г.) с восстановленным с использованием найденных параметров гармонического компонента и $\Upsilon = 4$ в области доплеровских смещений ($V = -142.5 \div -135 \text{ км/с}$) от центра линии	20

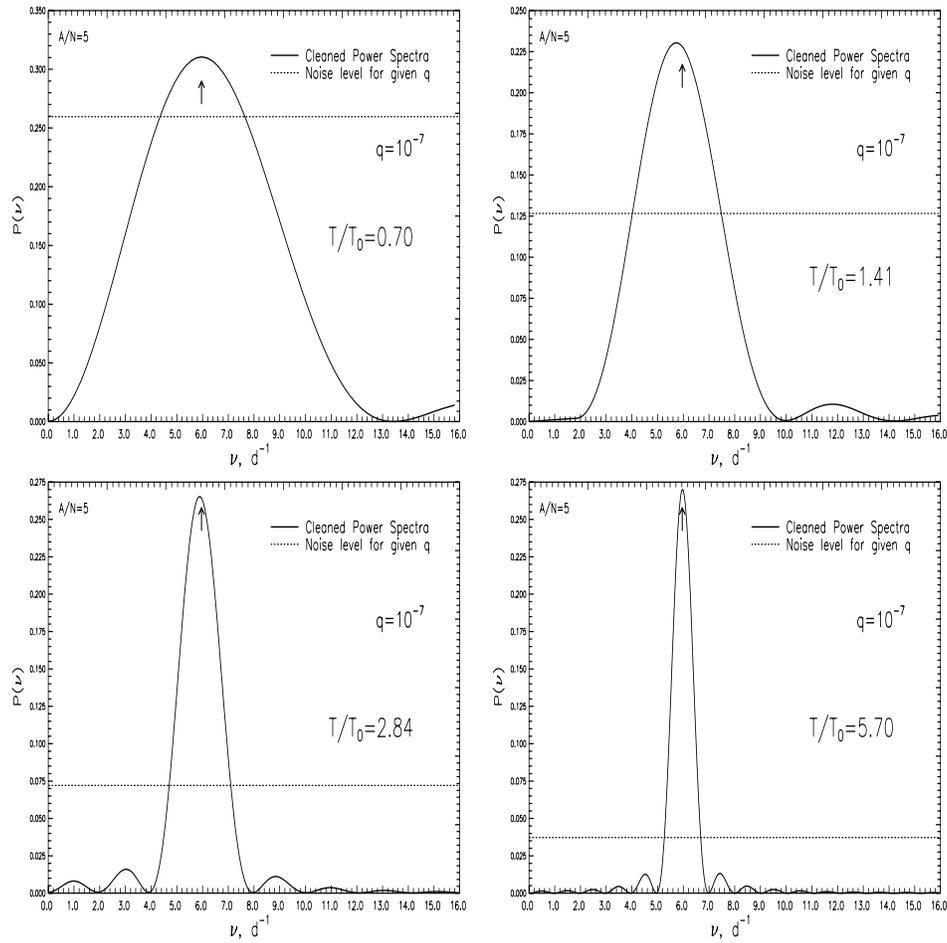


Рис. 1: Периодограмма (Фурье-спектр мощности) модельного временного ряда с частотой $\nu_0 = 5.96 \text{ d}^{-1}$ (период $T_0 = 4.03 \text{ ч}$), амплитудой $A=1.0$ и фазой $\varphi = 5.5$ с шагом $\Delta T = 0.003 \text{ d}$ при значениях $N=40, 80, 160$ и 320 точек временного ряда (сплошная линия) и уровень шума, соответствующий значению уровня значимости $q = 10^{-7}$ гипотезы о присутствии сильного пика в периодограмме белого шума (пунктир). Полные длительности T рассматриваемых отрезков временного ряда указаны на каждом из рисунков. Стрелками отмечено точное значение частоты модельного ряда.

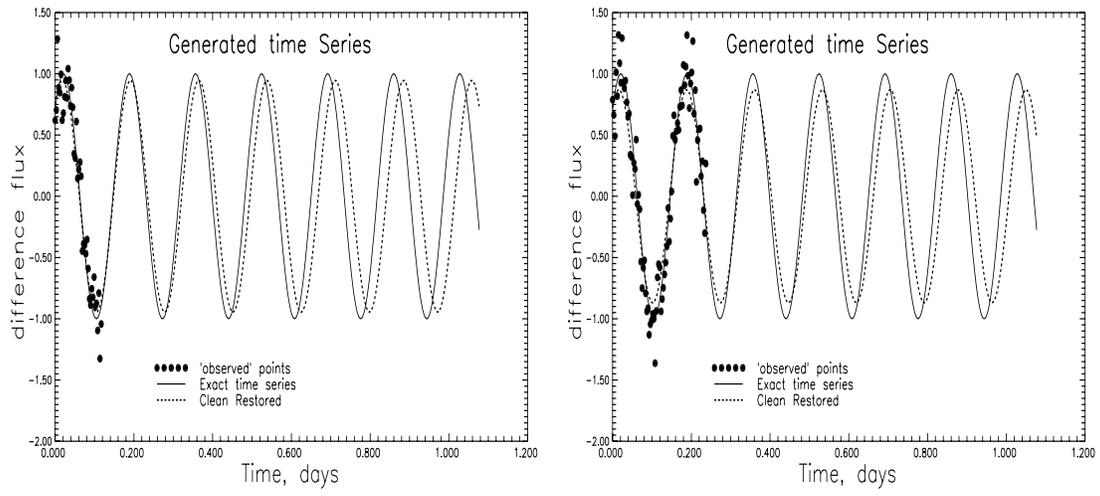


Рис. 2: Сравнение модельного (без вклада шумового компонента N) и восстановленного по первым 40 (слева) и 80 (справа) точкам модельного временного ряда с отношением $A/N = 5$ на промежутке времени $T = 1.1d$. Параметры модельных рядов даны в подписи к Рис. 1.

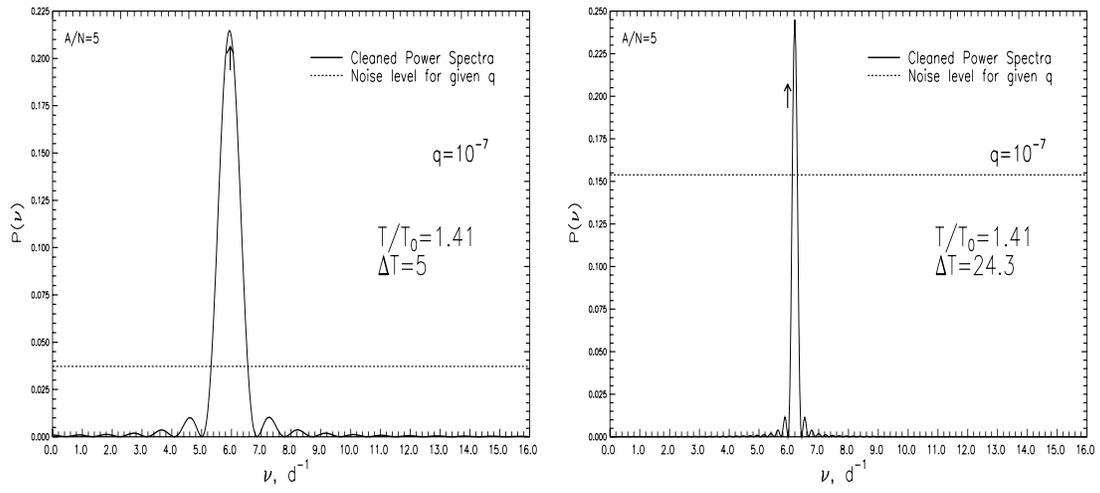


Рис. 3: То же, что на Рис. 1, но для для двух последовательностей ($m=2$) временных точек с $N = 40$, разделенных промежутками $\Delta T = 5 \text{ d}$ и $\Delta T = 24.3 \text{ d}$

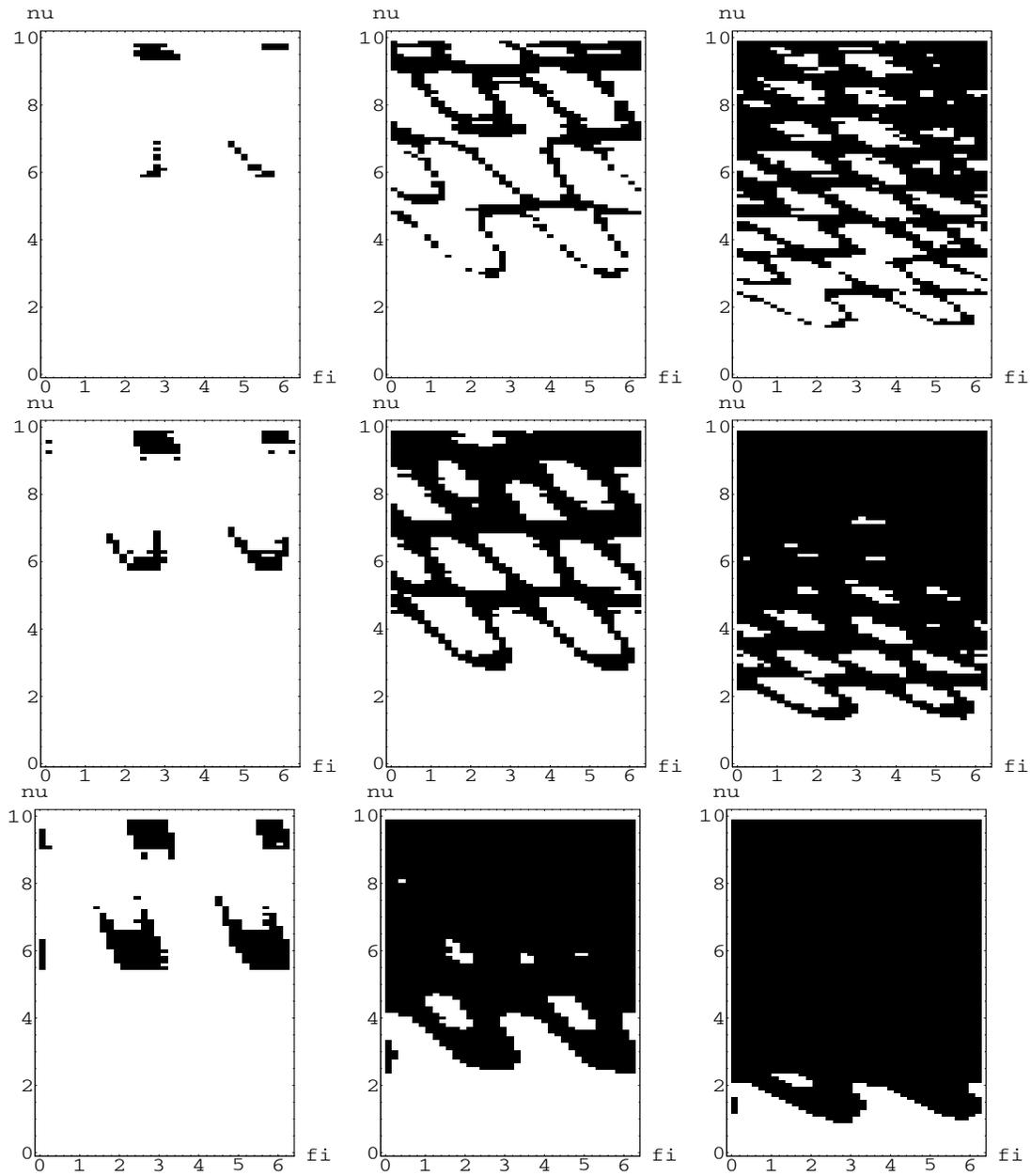


Рис. 4: Карты достоверности для определения параметров ν и φ из анализа коротких временных рядов. Карты А (верхний ряд), В (средний ряд) и С (нижний ряд). В каждом из рядов левая карта соответствует временному ряду из $N = 40$ равномерно распределенных временных отсчетов с $\Delta T = 0.003 d$ ($\nu_{\min} = 8.3 d^{-1}$), средняя – значению $N = 80$ ($\nu_{\min} = 4.2 d^{-1}$), правая $N = 160$, ($\nu_{\min} = 2.1 d^{-1}$). Карты построены для значениях уровня значимости $q = 10^{-7}$ и параметра $A/N = 5$.

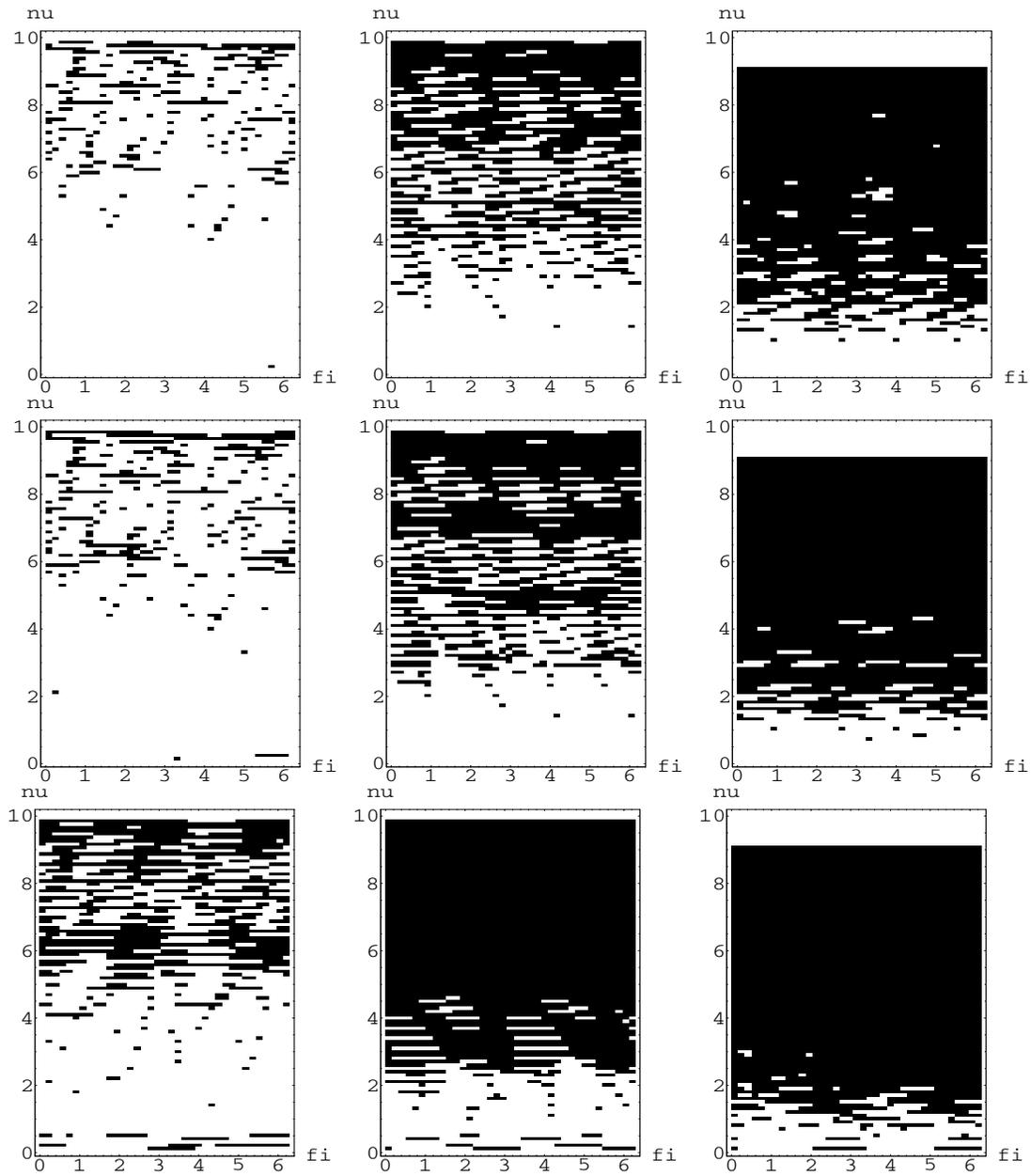


Рис. 5: Карты достоверности для определения параметров ν и φ для рядов с большим пропуском $T_{\text{gap}} = 3d$. Карты А (верхний ряд), В (средний ряд) и С (нижний ряд) В каждом из рядов левая карта соответствует временному ряду из $N = 40 + 40$ равномерно распределенных временных отсчетов с $\Delta T = 0.003d$, разделенных пропуском T_{gap} средняя – значению $N = 80 + 80$, правая $N = 160 + 160$. Значения $q = 10^{-7}$ и $A/N = 5$.

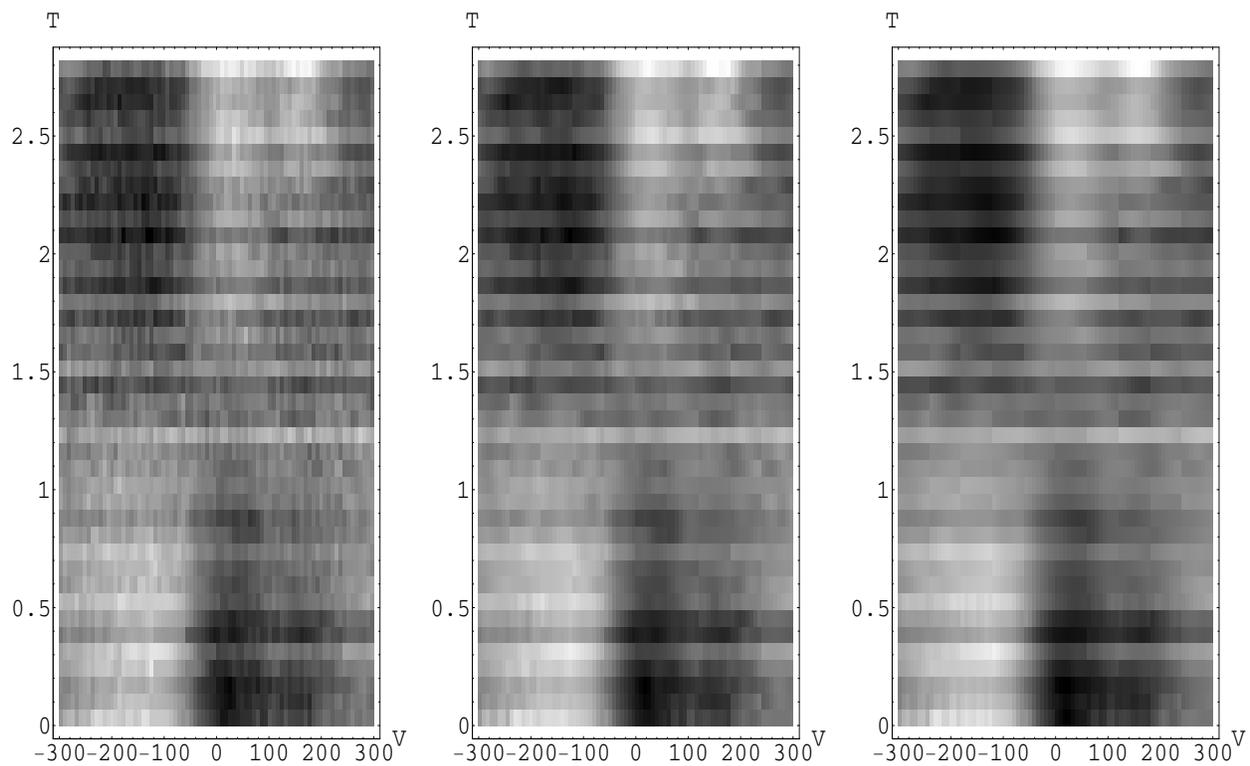


Рис. 6: Динамические спектры вариаций профилей линии H_{β} в спектре звезды δ Ori A. Слева: несглаженные вариации профилей, в середине – сглаженные с гауссовым фильтром шириной 0.1 \AA , справа – с шириной 0.2 \AA . Интервал между последовательными спектрами 4 мин. Ось времени (часы) направлена на снизу вверх, лучевые скорости – в км/с. Темным областям на рисунках соответствуют менее яркие участки относительно среднего профиля (впадины), светлым – более яркие (горбы).

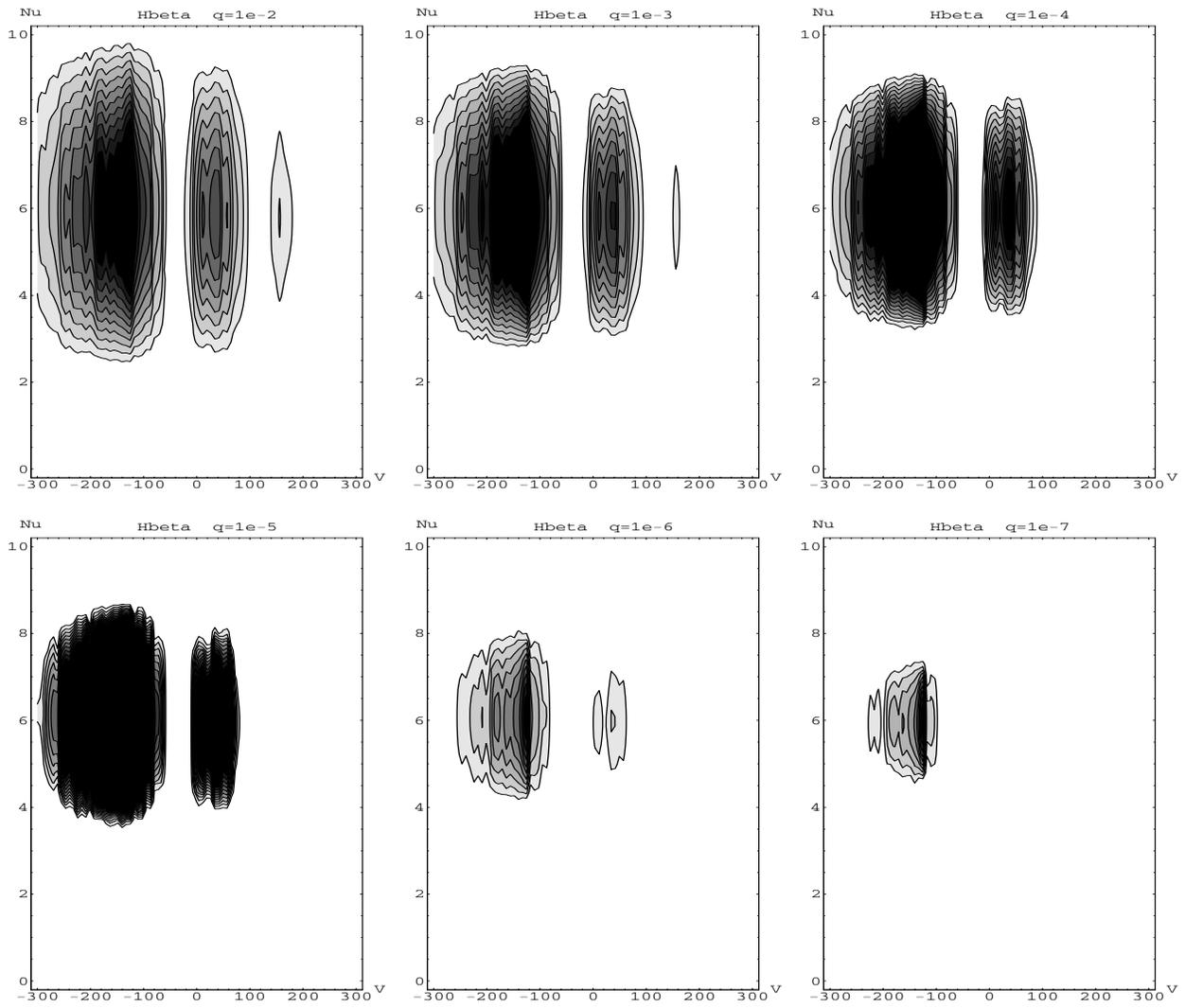


Рис. 7: Фурье-спектры мощности вариаций профилей линий в спектре звезды δ Ori A в линии H_β при значениях $q = 10^{-2} - 10^{-7}$.

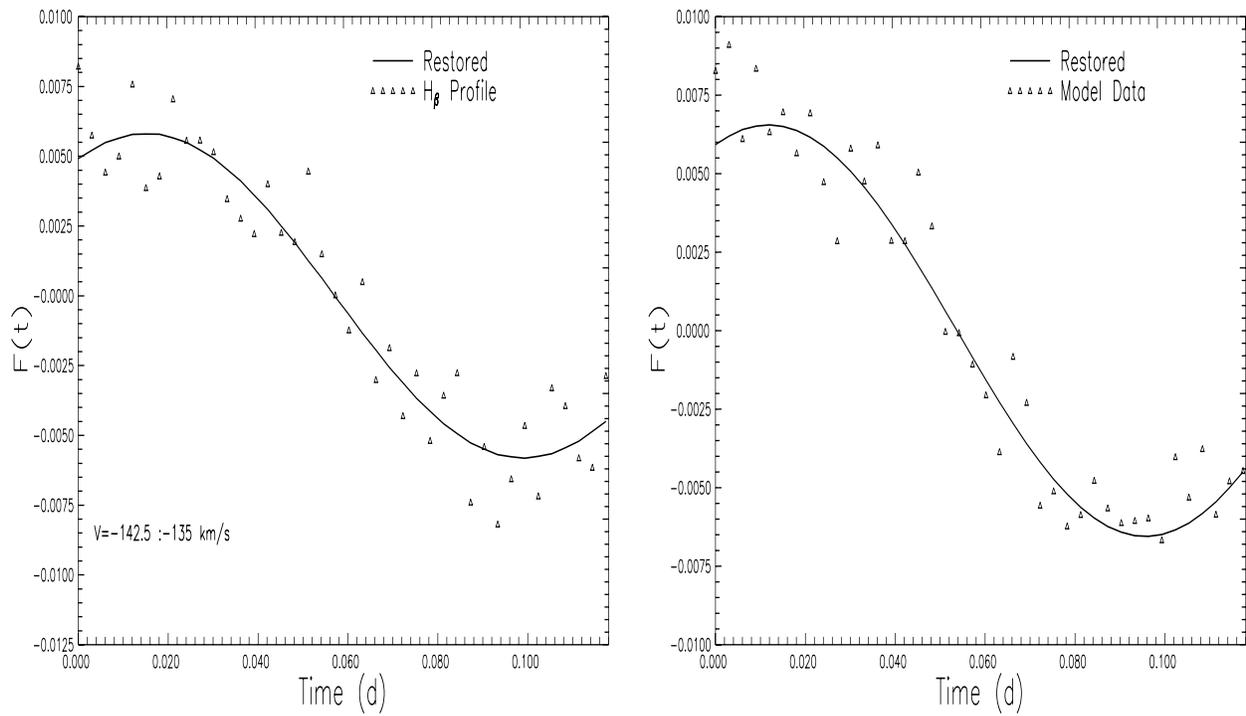


Рис. 8: Сравнение оригинального временного ряда вариаций профиля линии H_{α} в спектре δ Ori (10/11 января 2004 г.) с восстановленным с использованием найденных параметров гармонического компонента и $\Upsilon = 4$ в области доплеровских смещений ($V = -142.5 \div -135 \text{ км/с}$) от центра линии