

**СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ В АСТРОНОМИИ:
ФУРЬЕ-АНАЛИЗ СИЛЬНО НЕРАВНОМЕРНЫХ
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

А. Ф. Холтыгин*, А. Б. Шнейвайс

Астрономический институт Санкт-Петербургского государственного университета

Проведен детальный анализ особенностей реализации алгоритма CLEAN фурье-анализа временных рядов для данных, разделенных большими пропусками. Дана оценка пределов изменения параметров гармонических компонент, которые могут быть определены в результате исследования ряда на заданной временной сетке. Результаты анализа использованы для поиска гармонических компонент в вариациях профилей линий спектров звезды λ OriA, полученных в 2001 г. на 1-м телескопе САО РАН.

Ключевые слова: горячие звезды, профили линий, переменность

STOCHASTIC DATA IN ASTRONOMY: FOURIER ANALYSIS OF STRONGLY UNEVEN TIME SERIES *by A.F.Kholtygin, A.B.Shneiwaiz*

A detail analysis of the CLEAN algorithm for strongly uneven time series is given. The limits of parameters which can be estimated for a given time grid are obtained. The results of our analysis are used for searching the harmonic components in line profile variations in the spectra of O8III star λ OriA obtained in 2001 with 1m telescope of the Special Astrophysical Observatory RAN.

Keywords: hot stars, O-stars, line profiles, variability

*Электронный адрес для связи afk@theor1.astro.spbu.ru

1 Введение

Наиболее эффективным способом исследования структуры астрономических объектов является проведение их спектральных наблюдений в течение достаточно длительного периода наблюдений. При этом в ходе наблюдений получается большое число спектров для различных моментов времени. Совокупность этих спектров обычно называется *динамическим спектром* исследуемого объекта. Измеряемый поток в частоте ν_j представляет собой случайную функцию, принимающую в заданный момент времени t_i случайное значение $F(t_i, \nu_j)$. Таким образом, при анализе наблюдательного материала, полученного за весь период наблюдений, мы исследуем набор случайных процессов.

В результате такого анализа решается задача о характере конкретного случайного процесса и о выявлении постоянства или изменчивости измеряемой величины. Если же установлена переменность изучаемой величины, то возможна постановка вопроса о типе переменности: является ли она регулярной или изменения носят случайный характер. Следует принимать во внимание статистический характер ответа на данный вопрос, зависящий от принятого уровня значимости, причем при одном уровне значимости такой ответ может быть получен, а при другом – нет.

При изучении случайных функций (совокупности значений $F(t_i, \nu_j)$ в заданный момент времени t_i) может ставиться проблема выяснения степени зависимости значений функции в разных точках: являются ли они независимыми или между ними существует какая-либо корреляция. При анализе всей совокупности меняющихся со временем случайных функций (совокупности случайных процессов $F(t_i, \nu_j)$ при фиксированных значениях ν_j) может быть сформулирована задача о выяснении наличия или отсутствия зависимости случайных процессов для разных значений частотной переменной ν_j друг от друга.

Астрономические наблюдения, и, в частности, спектральные наблюдения обладают рядом особенностей, не характерных для наблюдений, выполняемых в земных условиях, поэтому их анализ требует применения особых подходов. Одной из таких особенностей является их уникальность и невоспроизводимость. Поэтому, анализируя, например, временные астрономические ряды мы имеем дело с одним отрезком ряда, что затрудняет получение статистических оценок. В большинстве случаев астрономические наблюдения проводятся в ночное время, а сама возможность их проведения связана с погодными условиями, состоянием принимающей аппаратуры и т.д. По этой причине данные, получаемые в результате астрономических наблюдений, представляют собой неравномерные временные ряды.

Настоящая статья является первой из серии статей, посвященных анализу совокупностей случайных процессов, получаемых в результате астрономических наблюдений. Основным инструментом такого анализа – методы математической статистики, методы Фурье и вейвлет-анализа, методы факторного и корреляционного анализа достаточно полно представлены в литературе (см., например, [1, 5, 2, 3, 4]). Мы же будем акцентировать внимание на тех деталях анализа, которые связаны с описанной выше спецификой астрономических наблюдений. В первой статье данной серии излагается методика Фурье-анализа неравномерных временных рядов, получаемых в процессе спектральных наблюдений звезд ранних спектральных классов.

2 Постановка задачи

Предположим, что в результате проведения серии наблюдений в момент времени t_i получены n значений случайной функции $F(t_i, x_j)$, $i = 1..m$, где m - число проведенных наблюдений, $j = 1..n$, где x_j - параметр, например, среднее значение длины волны спектрального диапазона, в котором изменяется поток излучения исследуемого объекта. В случае, например, спектральных

наблюдений $F(t_i, x_j)$ – измеряемые потоки излучения в момент времени t_i^1 , приходящие от изучаемого объекта в заданных спектральных интервалах.

Проведенные наблюдения являются одной из реализаций двумерной случайной величины $F(t, x)$, представляющей для каждого конкретного значения x случайный процесс. В данной статье мы будем предполагать независимость случайных величин $F(t, x_k)$ и $F(t, x_l)$ при $k \neq l$ при любых значениях t . Будем также считать, что дискретизация временной сетки для всех значений x – общая.

Таким образом, анализ двумерной случайной величины $F(t, x)$ сводится к исследованию n независимых временных рядов $F_j(t) \equiv F(t, x_j)$, $j = 1 \dots n$. В дальнейшем будем предполагать, что все временные ряды центрированы:

$$\sum_{i=1}^m F_j(t_i) = 0, \quad (1)$$

а также, что из временных рядов удален линейный тренд (если он присутствовал). Обозначим через $G_j(t)$ значения функции $F_j(t)$ после центрирования и удаления линейного тренда. Для удобства опустим пока индекс i у переменной t . Предположим, что функцию $G_j(t)$ можно представить как совокупность гармонических компонент и белого шума, тогда:

$$G(t) = \sum_{k=1}^L A_k \cos(2\pi\nu_k t + \varphi_k) + \sigma_N \mathcal{N}, \quad (2)$$

где A_k, ν_k, φ_k – соответственно амплитуды, частоты и фазы гармонических компонент, L – число гармоник, \mathcal{N} – случайная величина с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, распределенная по нормальному закону, σ_N – стандартное отклонение шумовой компоненты. Пусть $A_{\max} = \max(A_k, k = 1, \dots, L)$ – максимальная амплитуда гармонических компонент.

Представим величину $\sigma_N = A_{\max}/\Upsilon$, где Υ – характеристика степени вклада шумовой компоненты в исследуемый сигнал. Значения $\Upsilon \gg 1$ соответствуют случаю малости вклада шумовой компоненты.

Возможна формулировка двух задач. Первая – выделение гармонических компонент на заданном уровне значимости $\alpha = 1 - q$ ($q \ll 1$) в реальных рядах наблюдений. Вторая – та же, что и первая, но для модельных временных рядов на временной сетке, определяемой реальными рядами, с модельными гармоническими компонентами и с параметрами гармонических компонент, полученными при решении первой задачи. В этом случае решение модельной задачи должно подтвердить достоверность выделения гармонических компонент из реальных рядов на заданном уровне значимости.

3 Фурье-анализ модельных профилей

Одной из целей настоящей статьи является построение оптимального алгоритма нахождения гармонических компонент в исследуемом сигнале. Наиболее эффективным способом выделения гармонических компонент из исходного сигнала для неравномерных временных рядов является алгоритм CLEAN [17]. В данной статье мы будем использовать модифицированную версию алгоритма, описанную в работе [3]. В настоящее время при исследовании временных рядов используется также алгоритм Cleanest [7, 8], который, однако, не дает существенных преимуществ при анализе сильно неравномерных временных рядов.

¹Вообще говоря, наблюдения проводятся в течение какого-то конечного промежутка времени Δt , однако обычно наблюдение можно отнести к какому-либо определенному моменту времени \bar{t} , в качестве которого можно, например, взять середину промежутка Δt

Поставим задачу следующим образом. Пусть при анализе методом CLEAN реального временного ряда $G^{obs}(t)$ на временной сетке, определяемой моментами проведения анализируемых наблюдений, найдены гармонические компоненты $\nu_k, A_k, \varphi_k, k = 1, \dots, L$. На этой же временной сетке с использованием соотношения (2) строится модельный временной ряд, включающий гармонические компоненты с найденными частотами, амплитудами и фазами ($\nu_k, A_k, \varphi_k, k = 1 \dots L$), которые, как мы считаем, могут реально присутствовать в наблюдаемом временном ряду.

Для различных значений L проводится детальный анализ модельного ряда и определяется, могут ли данные компоненты при конкретных значениях ν, A, φ быть выделены из модельного ряда или найденные значения параметров относятся к ложным пиками фурье-спектра.

Кроме того, решается задача о том, насколько близки полученные в результате Фурье-анализа модельного ряда параметры гармонических компонент ν_k^*, A_k^* и φ_k^* к соответствующим значениям ν_k, A_k и φ_k

3.1 Построение модельных временных рядов

Для построения модельных временных рядов требуется выбрать временную сетку, набор параметров A_k, ν_k и φ_k в уравнении (2) и отношение Υ . При анализе уже выполненных наблюдений эти параметры определяются реальной временной сеткой и набором параметров, определяемых из анализа наблюдений. При планировании будущих наблюдений с целью выбора их оптимальной стратегии данные параметры целесообразно выбирать близкими к типичным их значениям для реальных наблюдений.

Основываясь на результатах работы [6], в которой исследованы спектры некоторых ярких О сверхгигантов, полученные на 1-м телескопе Специальной астрофизической обсерватории (САО) примем, что среднее значение экспозиции t_{exp} составляет 10-15 минут (0.007-0.01 дня). Полное время наблюдений T_{obs} выбранного объекта зависит от времени года, погодных условий, склонения объекта и момента его кульминации. При подходящем выборе даты наблюдения T_{obs} составляет 4-10 часов. Для изучения переменности профилей, характерные времена которой составляют 2-6 суток [6], наблюдения проводятся в течение нескольких наблюдательных ночей (N_{night}).

Сначала положим, что наблюдения организованы идеальным образом, то есть предполагаем, что в каждую из N_{night} ночей наблюдения начинаются в одно и то же время, при этом число наблюдений за ночь $N_{obs} = T_{obs}/t_{exp}$ строго постоянно, при постоянном за весь период наблюдений значений t_{exp} . Таким образом, в каждую из N_{night} ночей проводится N_{obs} наблюдений, за которыми следует $N_{gap} = (1 - T_{obs})/t_{exp}$ пропусков (при предположении, что время измеряется в днях).

Временем каждого отдельного наблюдения будем считать момент середины экспозиции и положим, что время середины первой экспозиции в первую наблюдательную ночь соответствует моменту времени $T = 0$, тогда время наблюдения номер i в наблюдательную ночь j определяется соотношением $t_k = (j - 1) + (i - 1) * t_{exp}$, где $k = (j - 1) * N_{obs} + i$.

Реально за одну наблюдательную ночь могут быть получено от 15 до 60 спектров звезды, причем характерное значение отношения $\Upsilon = A_{max}/\sigma_N$ для переменных компонент профилей линий в спектре исследуемых звезд $\Upsilon = 3 - 6$. Число наблюдений и время их начала могут, вообще говоря, меняться от ночи к ночи. Для более близкого к реальности описания временной сетки наблюдений будем использовать соотношение

$$t_k = (j - 1) + (i - 1) * t_{exp} + \Delta T_j, \quad (3)$$

где ΔT_j - временной сдвиг наблюдений в ночь с номером j относительно времени начала наблюдений в первую ночь.

Для иллюстрации приведем на рис. 1 несколько временных сеток, соответствующих различным стратегиям проведения наблюдений. Для времени t_{exp} между последовательными наблюдениями бралась величина 13.1 минут (≈ 0.0091 дня) – типичное время экспозиции при спектральных наблюдениях ярких сверхгигантов на 1-м телескопе САО [6].

Верхняя последовательность временных отсчетов (номер 1 на рисунке 1 соответствует гипотетическим круглосуточным наблюдениям (например на внеземной обсерватории). Такие наблюдения могут быть, в принципе организованы и в земных условиях при проведении кооперативных наблюдений на нескольких телескопах, расположенных на разных долготах, однако организация подобных наблюдений весьма трудоемка и до настоящего времени подобные наблюдения проведены всего лишь для около десяти объектов (см., например, [10]). К тому же, существует проблема сведения в единую систему наблюдений, выполненных на разных инструментах. Последовательности временных отсчетов 2 и 3 на рис. 1 соответствуют *идеально организованным* земным наблюдениям. При этом мы предполагаем, что наблюдения проводились в течение четырех дней при постоянстве величины t_{exp} . В реальных наблюдениях величина t_{exp} складывается из времени самой экспозиции и времени считывания матрицы, которые мы полагаем постоянными в течении всего периода наблюдений. Для временных отсчетов номер 2 предполагалось, что наблюдения проводились 10 часов, что, в принципе, возможно для ярких высокоширотных объектов, таких как α Cam в зимний период. При этом, за ночь может быть выполнено 47 наблюдений или 188 наблюдений за 4 наблюдательные ночи.

Временная последовательность номер 3 соответствует 6-ти часовым наблюдениям в течение суток. При этом за ночь выполняется 25 наблюдений и 100 за весь наблюдательный период.

Для учета вполне реальных в наблюдательных практике случаев, когда в результате плохой погоды пропадает наблюдательная ночь, при построении временной последовательности номер 4 предполагалось, что в третью ночь наблюдения не проводились.

И, наконец, последняя временная последовательность номер 5 соответствует реальным наблюдениям звезды λ Ori, выполненным на 1-м телескопе САО в декабре 2001 года. При этом было выполнено 28 наблюдений в первую ночь, 24 - во вторую и 23 - в четвертую. В третью ночь наблюдения не проводились. Наблюдения во вторую и четвертую ночь начинались на 0.019 и 0.024 суток позже, чем в первую ночь, соответственно.

Значения частот периодических компонент, определяемых из анализа профилей линий в спектрах звезд спектрального класса O и ранних подклассов звезд спектрального класса B, находятся в интервале $0.1 \div 6 \text{ d}^{-1}$ с периодами $P = 4^h \div 10^d$ [11, 9, 10, 6, 16]. Таким образом, поставленная перед нами задача заключается в выборе методики определения гармонических компонент временных рядов с указанными выше частотами, заданными на временных сетках, представленных на рис. 1.

3.2 Выбор оптимальных значений параметров

Выбор шага спектральных оценок При определении оптимальных значений параметров гармонических компонент сигналов ν , A и φ важное значение имеет правильный выбор параметра χ , определяющего плотность выбора значений частот, используемых для расчета очищенного фурье-спектра анализируемого сигнала. Бóльшим значениям параметра χ соответствует более густая частотная сетка. Разность соседних значений сетки $\delta\nu \sim 1/\chi$.

Проведенный нами анализ показал, что как для равномерных, так и неравномерных временных рядов с отношением $A/N > 1$ параметры ν , A и φ , определяемые при использовании алгоритма CLEAN, существенно зависят от выбора значения параметра χ .

Результат улучшения точности определения параметров при выборе оптимального значения φ иллюстрируется в таблице 1

Предполагалось, что наблюдения проводились в течение 3.3 дня с шагом 0.00909 дня, в

Таблица 1: Разность точных и определенных методом CLEAN значений параметров ν , A и φ при значениях параметра $\chi = 5$ и оптимальном выборе параметра χ

ν	$ \nu - \nu_{calc} $		$ A - A_{calc} $		$ \varphi - \varphi_{calc} $	
	$\chi = 5$	$\chi_{optimal}$	$\chi = 5$	$\chi_{optimal}$	$\chi = 5$	$\chi_{optimal}$
0.21	0.032	0.032	0.075	0.075	0.47	0.47
0.51	0.035	0.003	0.029	0.016	0.39	0.05
0.71	0.017	0.003	0.018	0.005	0.17	0.04
1.11	0.010	0.000	0.002	0.002	0.09	0.04
2.20	0.020	0.000	0.008	0.001	0.20	0.03
3.30	0.03	0.000	0.022	0.000	0.33	0.04
4.30	0.00	0.00	0.000	0.000	0.01	0.01

течении которого было получено 364 значения анализируемой функции. Полагалось, что анализируемый ряд на данной временной сетке представляет собой косинусоиду с частотами в промежутке от 0.2 до 50 при отношении $\Upsilon = 5$ и значениях $A = 1$ и $\varphi = 0.0$. Из таблицы ясно видно, что подбор подходящего значения χ позволяет существенно улучшить точность определяемых параметров по сравнению со случаем с постоянным значением $\chi = 5$.

Выбор оптимального значения параметра g Параметр g определяет степень вычитания найденной гармоники из "грязной" периодограммы. Значение $g = 1$ означает, что на каждом шаге очистки периодограммы найденная гармоника вычитается полностью. Для временных сеток, близких к равномерной, выбор параметра $g < 1$ позволяет улучшить качество очистки периодограммы [11]. Проведенные нами расчеты показали, что для сильно неравномерных рядов, рассматриваемых в настоящей статье, выбор значения $g = 1$ является оптимальным.

Выбор оптимального значения параметра X_q Параметр X_q определяет порог обнаружения сигнала в шуме с вероятностью $\alpha = 1 - q$ для равномерных и неравномерных временных рядов. Для получения значения этого параметра мы моделировали белый шум для данной временной сетки и исследовали статистику максимальных отчетов периодограммы.

Предположим, что проведено $N \gg 1$ экспериментов по моделированию белого шума и для m экспериментов максимальный отчет превышает X_q . В этом случае полагаем $\alpha = 1 - m/N$.

4 Степень достоверности определяемых гармонических компонент исследуемого сигнала

В случае сильно неравномерных временных рядов применение алгоритма CLEAN для очистки периодограмм не дает полной уверенности в том, что найденная периодическая составляющая анализируемого временного ряда реально присутствует в ряде, а не является ложной компонентой. Кроме того, даже если найденная в результате анализа конкретного ряда гармоническая компонента, реально присутствует в ряде, точность определения ее параметров может быть низкой.

Для установления степени достоверности присутствия найденной гармонической компоненты в исследуемом временном ряде и для оценки ошибок в определении ее параметров будем использовать следующую методику. Предположим, что при применении алгоритма CLEAN к

анализируемому временному ряду была выделена компонента с параметрами ν , A , φ . Построим последовательность модельных временных рядов с фиксированным значением A и значениями параметров ν и φ в промежутках $\nu_{min} \leq \nu_{max}$ и $\varphi_{min} \leq \varphi_{max}$, выбранных таким образом, чтобы охватить все возможные для данного процесса значения параметров ν и φ . В частности, значения φ выбираются в промежутке $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Для всех значений сетки (ν, φ) выполняется анализ модельного временного ряда с использованием алгоритма CLEAN и находятся параметры ν^* , A^* и φ^* . Далее определяются ошибки определения параметров модельного ряда: $\Delta\nu = |\nu - \nu^*|$, $\Delta A = |A - A^*|$ и $\Delta\varphi = |\varphi - \varphi^*|$.

Выбирается *критерий точности* определения данного параметра, сводящийся к выбору максимально возможного отклонения точного и определенного значения каждого из параметров для анализируемого процесса. То есть предполагается, что если ошибки определения параметров найденной гармонической компоненты ν^* , A^* и φ^* не превысили выбранных максимальных отклонений, то данная компонента присутствует в анализируемом процессе. Если же ошибка в определении величины хотя бы одного параметра превысила максимально возможную, то считается, что данная гармоническая компонента на рассматриваемой временной сетке не может быть восстановлена с достаточной степенью точности.

Из предварительного анализа, проведенного нами в работе [6], найдено, что частоты возможных периодических компонент вариаций профилей линий для временной сетки, представленной на рис. 1 находятся в промежутке $0.3 \div 2.0 \text{ d}^{-1}$.

Выберем три критерия точности:

Критерий А: $|\nu - \nu^*| < 0.1$, $|A - A^*| < 0.1$ и $|\varphi - \varphi^*| < 0.1$;

Критерий В: $|\nu - \nu^*| < 0.2$, $|A - A^*| < 0.2$ и $|\varphi - \varphi^*| < 0.2$;

Критерий С: $|\nu - \nu^*| < 0.5$, $|A - A^*| < 0.5$ и $|\varphi - \varphi^*|$ - любое.

Предполагается, что время измеряется в днях, частоты в d^{-1} , а фазы φ - в радианах. Амплитуды всех модельных профилей полагались равными 1.

Использование критериев А и В позволяет с достаточно высокой степенью надежности судить о частоте, амплитуде и фазе искомого периодического процесса, тогда как критерий С говорит только о том, что в данном временном ряду присутствует периодический процесс, но для надежного определения характеристик этого процесса необходимо проведение дополнительных наблюдений.

Используя введенные критерии точности определения параметров ν , A и φ , введем *функцию достоверности* $R(\nu, \varphi, \mathcal{K})$, определив ее следующим образом:

$$R(\nu, \varphi, \mathcal{K}) = \begin{cases} 1, & \text{критерий } \mathcal{K} \text{ выполнен,} \\ 0, & \text{критерий } \mathcal{K} \text{ не выполнен} \end{cases} \quad (4)$$

Очевидно, что значения *функции достоверности* $R(\nu, \varphi, \mathcal{K})$ зависят от выбора критерия точности \mathcal{K} . Степень надежности выделения искомой гармонической компоненты из временного ряда удобно иллюстрировать с помощью *карт достоверности*, показывающих значения функции $R(\nu, \varphi, \mathcal{K})$ в зависимости от значений ν и φ .

Пример подобных карт для временных сеток, представленных на рис. 1 и критериев точности А, В и С представлен на рис. 2. На рисунке черным цветом выделены области параметров ν и φ , в которых функция достоверности $R(\nu, \varphi, \mathcal{K}) = 1$. В этой области можно восстановить параметры модельного ряда с заданной точностью. Из рисунка видно, что при использовании самого слабого критерия точности С можно восстановить параметры гармонического компонента, заданной на всех рассматриваемых временных сетках, в области $\nu \geq 2$ при всех возможных значениях φ и для всех рассматриваемых временных последовательностей.

В то же время для ряда с большими пропусками (средняя и правая карты достоверности в нижнем ряду) в области $\nu \leq 2$ возможность определения параметров ν и φ зависит от их

конкретных значений. И, например, для временной последовательности 3 существуют области частот ν (в частности, при $\nu = 2$) в которых параметры гармонического компонента, реально присутствующего во временном ряду, не могут быть восстановлены ни при каких значениях φ .

При использовании более строгих критериев точности и B (верхний и средний ряды карт достоверности на рис. 2) область нулевых значений функции достоверности $R(\nu, \varphi, \mathcal{K})$ существенно увеличивается. Даже в случае проведения наблюдений без пропусков для критерия точности A (левая карта достоверности в верхнем ряду рисунка 2) существует очень большая область значений параметров ν и φ , в которой гармонический компонент ряда принципиально не восстановим с заданной степенью точности.

На рисунке 3 в более подробном, чем на предыдущем рисунке масштабе, представлены карты достоверности для гармонического сигнала с параметрами $\nu \in [0, 2]$ и $\varphi \in [0, 2\pi]$

Из рисунка ясно видно, что при выборе критерия точности A восстановление компонент периодического сигнала, присутствующего в анализируемом временном ряду на временной сетке с большими пропусками возможно только для очень узкой области параметров ν и φ .

Переход от критерия точности A к критерию B увеличивает область достоверного восстановления параметров гармонических компонент, но и в этом случае для большинства возможных значений параметров ν и φ гармоническая составляющая, заведомо присутствующая в анализируемом ряду принципиально не восстановима.

5 Поиск регулярных компонент вариаций профилей в спектре звезды λ Ori A

Для тестирования рассмотренной в предыдущих параграфах методики оптимального поиска гармонических компонент сигнала мы проанализировали вариации профилей линий в спектре звезды λ Ori A. Наблюдения λ Ori A были проведены 29 ноября - 4 декабря 2001 г. на 1-м телескопе САО в течении трех наблюдательных ночей.

Наблюдения проводились с использованием куде-эшелле спектрометра CEGS 1-м телескопа САО. В качестве приемника использовалась ПЗС система фирмы Wright Instruments с размером приемника 1242x1152 пикселей. При ширине входной щели спектрографа $2''$ в диапазоне $\lambda = 4000 - 8000 \text{ \AA}$ достигается спектральное разрешение $R = 45000$ ($0.08 \text{ \AA}/\text{пиксел}$ в области H_α).

Процедура обработки ПЗС-изображений и получения разностных спектров описана в работе [6]. При получении шкалы длин волн учитывались поправки за вращение Земли и за ее обращение вокруг Солнца. Общее число спектров, полученных в 2001 г. – 75. Полученные в результате описанной выше методики Фурье-анализа неравномерных временных рядов Фурье-спектры вариаций разностных профилей в спектре звезды λ Ori A представлены на рис. 4.

Исходя из результатов предыдущего анализа и используя полученный нами карты достоверности мы можем сделать вывод о присутствии в вариациях профилей линий в спектре звезды гармонических компонент с частотами $\nu_1 \approx 0.5\text{d}^{-1}$, $\nu_2 \approx 0.75\text{d}^{-1}$ и $\nu_3 \approx 1.3\text{d}^{-1}$, однако мы не можем сделать точных указаний о локализации данных компонент в конкретных интервалах длин волн (доплеровских скоростей), так как результаты анализа, проведенного в предыдущем параграфе, показывают, что при большинстве значений фаз гармонической компоненты для данной временной сетке ее параметры не могут быть получены.

Так как фаза гармонической компоненты вариаций профилей линий непрерывно меняется вдоль самого профиля [11, 12], то можно предположить, что найденные гармонические компоненты присутствуют и в других частях профиля. Проведенный нами анализ показал, что для их выявления требуется получение большего числа спектров данной звезды (200-300).

6 Выводы

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

- Для неравномерных временных сеток существует набор частот, которые могут быть определены (при заданном значении отношения сигнал/шум) исходя из результатов фурье-анализа временного ряда на данной сетки. Частоты вне этого набора частот не могут быть найдены.
- Для заданной временной сетки и данного отношения сигнал/шум для гармонической компоненты с определенной частотой ν существует интервал фаз, в которой алгоритм CLEAN (или его модификации) позволяет найти параметры A и φ компоненты ν с заданной точностью. Вне данного интервала фаз эта задача не может быть решена.
- Существуют области частот и фаз ν, φ , в которых параметры A и φ гармонических компонент не могут быть найдены с достаточно высокой точностью (критерии А и В) даже для равномерных временных рядов.

Авторы выражают благодарность В.В.Витязеву за внимательное прочтение рукописи и сделанные им замечания, способствующие значительному улучшению текста статьи. Работа поддержана грантом Минобразования России Е02-11.0-13 и грантом Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ-1088.2003.3

Список литературы

1. Брандт З., Статистические методы анализа наблюдений, с. 87, М.: Мир, 1975.
2. Витязев В.В. 2001, Анализ равномерных временных рядов, СПб.: Изд. СПбГУ
3. Витязев В.В. 2001, Анализ неравномерных временных рядов, СПб.: Изд. СПбГУ, 68 с.
4. Добеши И., 2001, Десять лекций по вейвлетам, М.
5. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. 2003, Анализ данных на компьютере, Москва: Инфра-М, 544 с,
6. Холтыгин А.Ф., Монин Д.Н., Сурков А.Е., Фабрика С.Н., 2003 Письма в Астрон. ж., 2003а, **29**, 208
7. Foster J., Astron. J., **109**, 1889 (1995)
8. Foster J., Astron. J., **111**, 541 (1996)
9. de Jong J.A., Henrichs H.F., Schrijvers S., Gies D.R., Telting J.H., Kaper L., Zwarthoed G.A. Astron. Astroph., 1999, v. 345, p. 172.
10. de Jong J.A., Henrichs H.F., Kaper L., Nichols J.S., Bjorkman K. et al. 2001, Astron. Astrophys., **368**, 601.
11. Kaper L., Henrichs H.F., Fullerton A.W., Ando H. et al. 1997, Astron. Astrophys., **327**, p. 281.
12. Kaper L., H.F.Henrichs, J.S.Nichols, J.H.Telting et al. 1999, Astron. Astrophys., **344**, 231.
13. Kholtygin A.F., Brown J.C., Cassinelli J.P., Fabrika S.N., Monin D.N., Surkov A.E. 2003b, Astron. Astrph. Trans ,in press.
14. Monin D.N., Fabrika S.N., Valyavin G.G. 2002, Astron. Astroph., **396**, 131
15. Marchenko S., Moffat A.F.J Astrophys. J., 1998, v. 499, p. L195.
16. Neiner C., Hubert A.M., Floquet M. at al., Astron. Astrph., **388**, 899 (2002)
17. Roberts D.H., Lehar J., Dreher J.W. 1987, Astron. J., **93**, 968

Список иллюстраций

- 1 Временная сетка для модельного ряда. Время измеряется в днях, моменты по-
лучения значений ряда указаны стрелками. Цифры на графиках соответствуют
модельным последовательностям 1 - 5, рассмотренным в пункте 3.1 12
- 2 Карты достоверности определения параметров ν и φ для критериев точности А
(верхний ряд), В (средний ряд) и С (нижний ряд). В каждом из рядов левая кар-
та соответствует временной последовательности 1 (круглосуточные наблюдения в
течении четырех ночей), средняя – последовательности 2 (наблюдения в течении
четырех ночей в течении 10 часов в каждую ночь) и правая – последовательности
4 (наблюдения с пропуском третьей ночи). Значение $\Upsilon=6$ 13
- 3 Карты достоверности определения параметров ν и φ для реальной временной по-
следовательности (последовательность 5 на рис. 1) 14
- 4 Фурье-спектры вариаций разностных профилей линий HeII λ 4686, HeI λ 4713, CIII λ 5696
и H $_{\alpha}$ в области частот $\nu = 0 - 2d^{-1}$. Представлены только значения амплиту-
ды фурье спектров соответствующие уровню значимости гипотезы о присутствии
данной переменной компоненты профилей $1-\alpha > 0.999$. Более темные значения на
рисунках соответствуют большим значениям амплитуды. 15

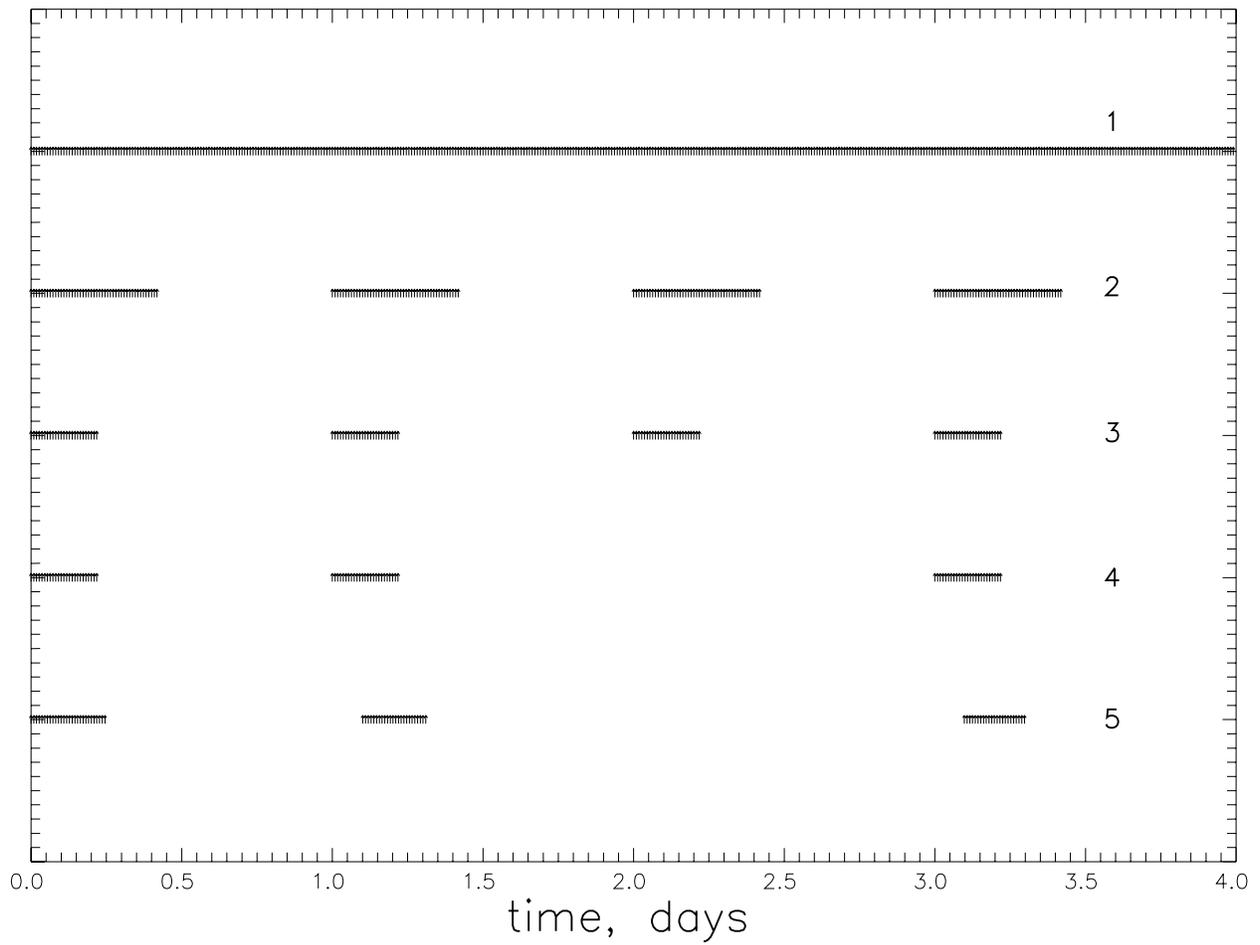


Рис. 1: Временная сетка для модельного ряда. Время измеряется в днях, моменты получения значений ряда указаны стрелками. Цифры на графиках соответствуют модельным последовательностям 1 - 5, рассмотренным в пункте 3.1

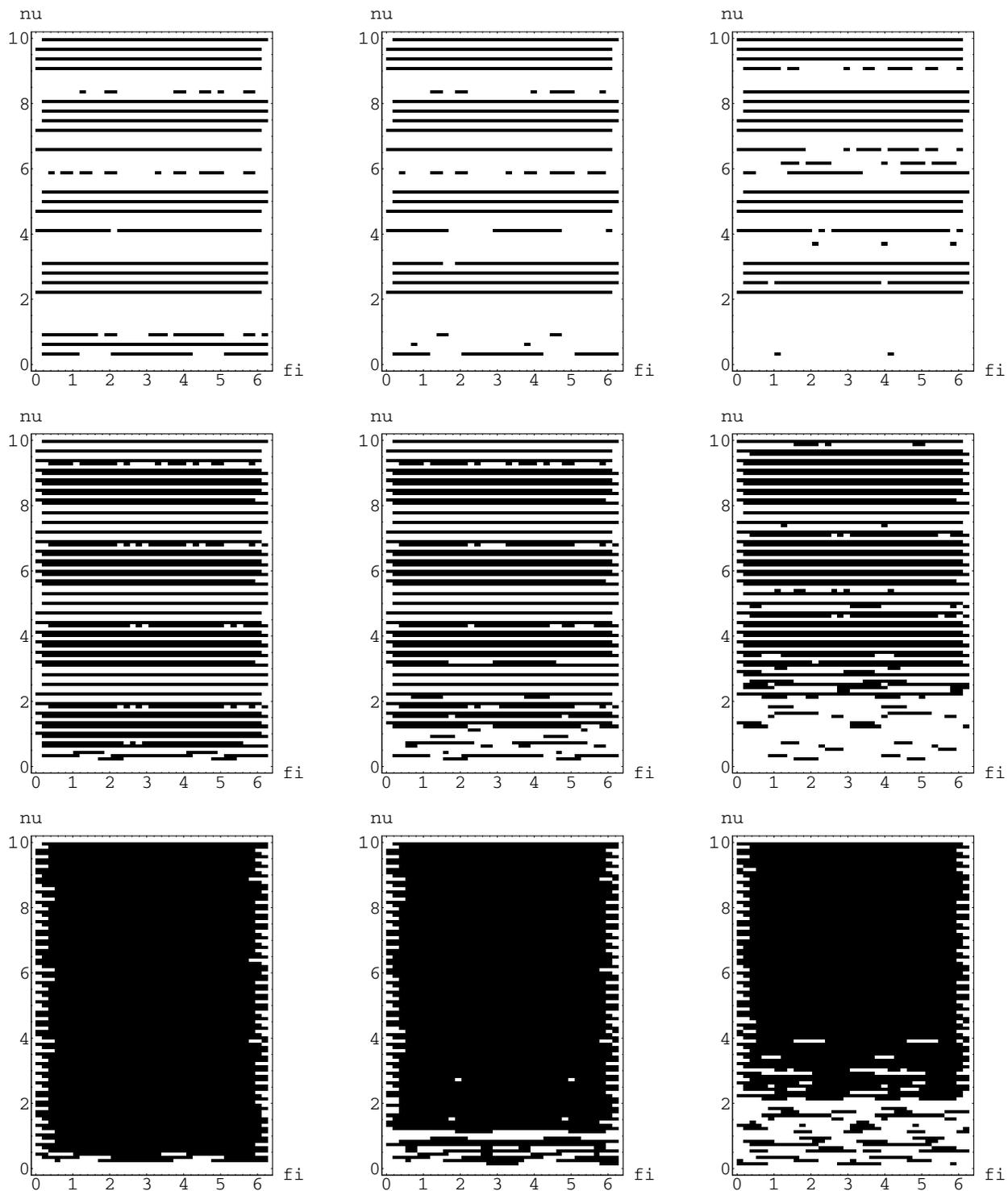


Рис. 2: Карты достоверности определения параметров ν и φ для критериев точности А (верхний ряд), В (средний ряд) и С (нижний ряд). В каждом из рядов левая карта соответствует временной последовательности 1 (круглосуточные наблюдения в течении четырех ночей), средняя – последовательности 2 (наблюдения в течении четырех ночей в течении 10 часов в каждую ночь) и правая – последовательности 4 (наблюдения с пропуском третьей ночи). Значение $\Upsilon=6$.

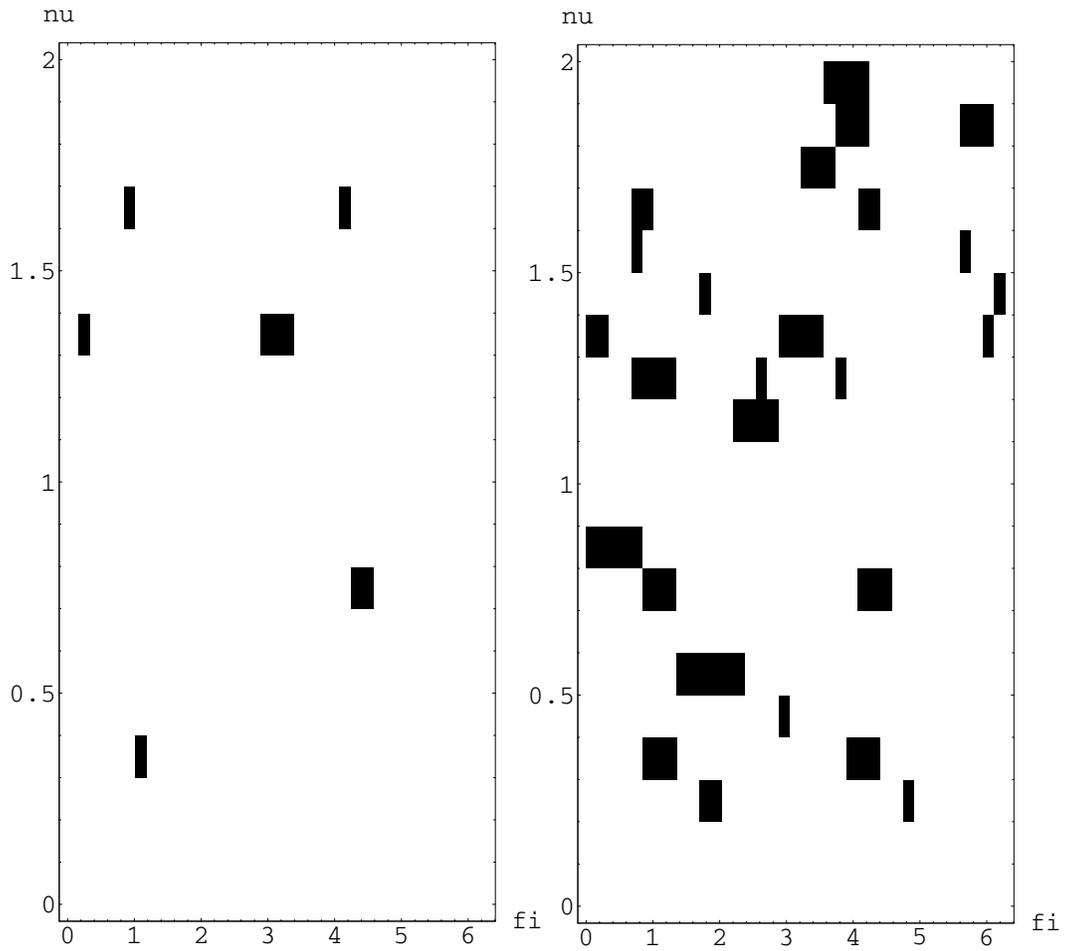


Рис. 3: Карты достоверности определения параметров ν и φ для реальной временной последовательности (последовательность 5 на рис. 1)

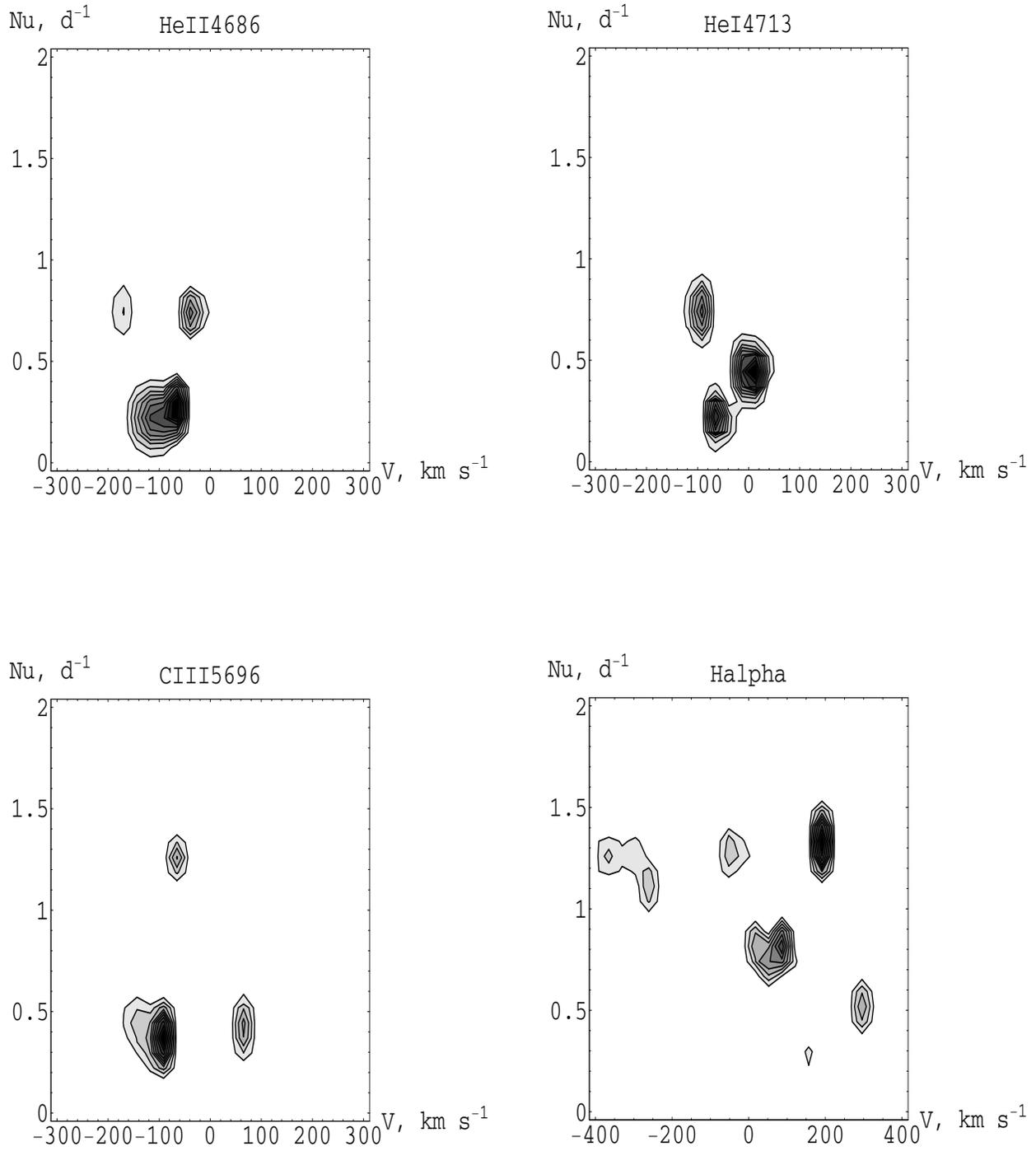


Рис. 4: Фурье-спектры вариаций разностных профилей линий HeII λ 4686, HeI λ 4713, CIII λ 5696 и H α в области частот $\nu = 0 - 2d^{-1}$. Представлены только значения амплитуды фурье спектров соответствующие уровню значимости гипотезы о присутствии данной переменной компоненты профилей $1-\alpha > 0.999$. Более темные значения на рисунках соответствуют большим значениям амплитуды.