А.Ф.Холтыгин

Введение в корреляционный анализ

Содержание

1 Основные понятия

1.1 Случайный процесс

Если случайная величина ξ является функцией от некоторого неслучайного аргумента (например, t), то совокупность ее значений называется *случайной функцией* или *случайным процессом* $\xi(t)$ [2].

Математическое ожидание

$$E_x(t) =< x(t) > \tag{1}$$

и дисперсия

$$D_x(t) =< (x(t) - E_x(t))^2 > \tag{2}$$

случайного процесса ξ являются детерменированными функциями аргумента (t). Здесь угловые скобки означают усреднение по времени (по реализациям случайного процесса).

2 Корреляционная функция

Корреляционная функция случайного процесса $r(t, t')$

$$r(t, t') =< [x(t) - E_x(t)] \times [x(t) - E_x(t')] > \ . \tag{3}$$

Для стационарного случайного процесса ($< x(t) >=< x(t+\tau) >$) корреляционная функция случайного процесса зависит только от разности аргументов: $r(t, t') = r(t'-t) = r(\tau)$, где $\tau = t'-t$.

Случайные процессы, у которых среднее значение случайной функции в момент t по различным реализациям может быть заменено средним по по одной большой реализации, называются *эргодичными*. Для эргодичных процессов $E_x(t) = E_x(t+\tau) = E_x = \overline{x}$, а

$$r(t, t')r_\tau =< [x(t) - \overline{x}] \times [x(t+\tau) - \overline{x}] > \ . \tag{4}$$

Корреляционную функцию случайного процесса часто называют *автокорреляционной* функцией.

Автокорреляционная функция стационарного случайного процесса имеет следующие свойства:

1. $r_\tau \leq r_\tau$
2. $r_\tau = r_{-\tau}$
3. $r_\tau \stackrel{\tau\to\infty}{\longrightarrow} 0$
4. $\int_0^\infty r_\tau \cos(\omega\tau) d\tau \geq 0$

Корреляционные функции типичных случайных процессов даны в [3, 4].

2.1 Взаимная корреляционная функция

Аналогично корреляционной функции одного случайного процесса $x(t)$ определяется взаимная корреляционная функция двух случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$:

$$r_{xy}(t, t') =< [x(t) - E_x(t)] \times [y(t) - E_y(t')] > \ . \tag{5}$$

Если оба из рассматриваемых процессов эргодичны, то

$$r_{xy}(t, t')r_{xy}(t'-t) =< [x(t) - \overline{x}] \times [y(t+\tau) - \overline{y}] > \ . \tag{6}$$

3 Заключение

Список литературы

[1] *Лукацкая Ф.И.,* Статистическое исследование блеска неправильных и полуправильных переменных звезд, Киев, Наукова думка, 1969,

[2] *Пугачев В.С.,* Теория случайных функций, М., Физматгиз, 1960,

[3] *Тихонов В.И.,* Статистическая радиотехника, М., Сов. Радио, 1966

[4] *Хальд А.,* Математическая статистика в технических приложениях, М., ИЛ, 1966