

УДК 524.4

*В. В. Витязев, А. С. Цветков*

### **Систематический ход параллаксов по небу и его влияние на результаты звездно-кинематического анализа**

**1. Введение.** В кинематическом анализе поля скоростей звезд существует проблема исключения из собственных движений и лучевых скоростей эффектов движения Солнца относительно центроида взятой в рассмотрение выборки звезд. Эта проблема решается корректно, если известны параллаксы звезд. К сожалению, кроме каталога HIPPARCOS [1] в большинстве каталогов сколь нибудь надежная информация о расстояниях до звезд отсутствует. В таких случаях делается молчаливое предположение о том, что звезды находятся на одинаковом расстоянии, и вместо истинных компонентов скорости движения Солнца определяют произведения этих компонентов на средний параллакс выборки звезд. Однако, параллаксы рассматриваемой выборки звезд могут иметь систематический ход по небесной сфере. Зависимость параллаксов от галактической широты компенсировалась введением так называемых параллактических факторов (Вильямс и Высоцкий [2]). Появление фиктивных вращений, обусловленных зависимостью параллаксов от долготы, изучалось Оортом [3]. В своих работах по определению постоянной прецессии Фрикке [4] использовал фотометрические оценки расстояний для назначения параллактических факторов, компенсирующих отсутствие точных тригонометрических параллаксов звезд. В работе Оллинга и Денена [5] было показано, что систематический ход параллаксов звезд по небесной сфере, приводит к искажению искомым значений параметров кинематической модели из-за эффекта смешивания гармоник (mode-mixing effects, по терминологии авторов). В указанной работе этот эффект был изучен на примере упрощенной кинематической модели, в которую не были включены эффекты в плоскостях, перпендикулярных основной плоскости Галактики. Кроме того, смешивание гармоник изучалось в одномерном варианте зависимости параллаксов только от долготы. В силу этих упрощений в цитированной работе основным математическим аппаратом стало использование рядов Фурье как для представления собственных движений звезд, так и их параллаксов. Такой подход ограничил возможность учета зависимости параллаксов от долготы узкой зоной широт вблизи Галактического экватора.

В настоящей работе делается попытка решения указанной проблемы в рамках трехмерной модели Огородникова-Милна с помощью сферических функций вместо рядов Фурье. Поскольку эти функции зависят от двух координат, то предоставляется возможность изучить эффект смешивания гармоник не только по долготе, но и по широте.

**2. Кинематические модели собственных движений звезд.** При анализе собственных движений звезд часто используют уравнения модели Огородникова-Милна (Огородников [6], Дю Монт [7]). В этой модели поле скоростей звезд представляется линейным выражением

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{M}^+ \mathbf{r}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{V}$  – скорость звезды,  $\mathbf{V}_0$  – влияние поступательного движения Солнца,  $\boldsymbol{\Omega}$  – угловая скорость твердотельного вращения звездной системы,  $\mathbf{M}^+$  – симметричный тензор деформации поля скоростей. Модель Огородникова-Милна содержит 12 параметров:

$U, V, W$  – компоненты вектора скорости поступательного движения Солнца  $\mathbf{V}_0$  относительно звезд;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$  – компоненты вектора твердотельного вращения  $\mathbf{\Omega}$ ;

$M_{11}^+, M_{22}^+, M_{33}^+$  – параметры тензора  $\mathbf{M}^+$ , описывающие сжатие-растяжение поля скоростей вдоль главных галактических осей;

$M_{12}^+, M_{13}^+, M_{23}^+$  – параметры тензора  $\mathbf{M}^+$ , описывающие деформацию поля скоростей в основной и двух перпендикулярных к ней плоскостях.

Спроецировав уравнение (1) на орты галактической системы координат и введя множитель  $\mathcal{K} = 4.74$  для перевода размерности собственных движений звезд мсд/год в км/с · кпк<sup>-1</sup>, мы получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}\mu_l \cos b = & U\pi \sin l - V\pi \cos l - \omega_1 \sin b \cos l - \omega_2 \sin b \sin l + \omega_3 \cos b - \\ & - M_{13}^+ \sin b \sin l + M_{23}^+ \sin b \cos l + M_{12}^+ \cos b \cos 2l - \\ & - \frac{1}{2}M_{11}^* \cos b \sin 2l, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{K}\mu_b = & U\pi \cos l \sin b + V\pi \sin l \sin b - W\pi \cos b + \omega_1 \sin l - \omega_2 \cos l - \\ & - \frac{1}{2}M_{12}^+ \sin 2b \sin 2l + M_{13}^+ \cos 2b \cos l + M_{23}^+ \cos 2b \sin l - \\ & - \frac{1}{4}M_{11}^* \sin 2b \cos 2l + \frac{1}{2}X \sin 2b. \end{aligned} \quad (3)$$

В этих формулах

$$\begin{aligned} M_{11}^* &= M_{11}^+ - M_{22}^+, \\ X &= M_{33}^+ - \frac{1}{2}(M_{11}^+ + M_{22}^+), \\ Y &= \frac{1}{3}(M_{11}^+ + M_{22}^+ + M_{33}^+). \end{aligned} \quad (4)$$

Введем прямоугольную галактическую систему координат  $x, y, z$ , начало отсчета которой совпадает с положением Солнца, ось  $x$  направлена в центр Галактики, ось  $y$  – по направлению вращения Галактики, а ось  $z$  – перпендикулярно к плоскости Галактики (Рис. 1). Свяжем элементы тензоров вращения и деформации с компонентами поля скоростей  $V_R, V_\theta$  и  $V_z$  в галактоцентрической цилиндрической системе координат  $(R, \theta, z)$ , где  $R$  – радиус-вектор,  $\theta$  – азимутальный угол, отсчитываемый от оси  $x$  против часовой стрелки, а  $z$  – расстояние от плоскости Галактики (Рис. 1). Для недиагональных параметров матриц  $M^+$  и  $M^-$  модели Огородникова-Милна в этой системе координат имеем (Миямото и др. 1993) [8]:

$$2M_{12}^+ = \frac{\partial V_\theta}{\partial R} - \frac{V_\theta}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta}; \quad 2M_{21}^- = \frac{\partial V_\theta}{\partial R} + \frac{V_\theta}{R} - \frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta}; \quad (5)$$

$$2M_{13}^+ = -\frac{\partial V_R}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial R}; \quad 2M_{13}^- = -\frac{\partial V_R}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial R}; \quad (6)$$

$$2M_{32}^+ = -\frac{1}{R} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial z}; \quad 2M_{32}^- = -\frac{1}{R} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z}. \quad (7)$$

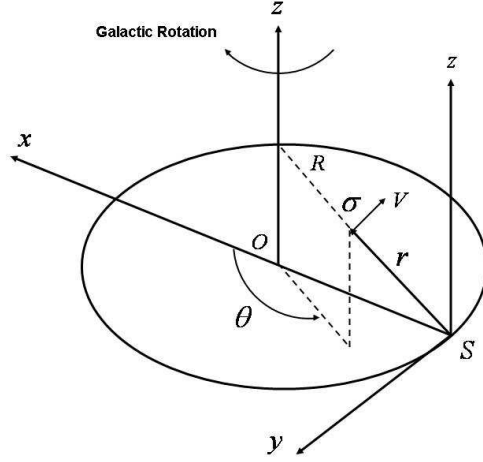


Рис. 1: Прямоугольная галактическая система координат  $(x, y, z)$  и галактоцентрическая цилиндрическая система координат  $(R, \theta, z)$ .  $O$  - центр Галактики,  $\sigma$  - положение звезды,  $S$  - положение Солнца.

В свою очередь, диагональные элементы матриц  $M^+$  представляются следующим образом:

$$M_{11}^+ = \frac{\partial V_z}{\partial R}; \quad M_{22}^+ = \frac{V_R}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta}; \quad M_{33}^+ = -\frac{\partial V_z}{\partial z}. \quad (8)$$

Обычно анализ поля скоростей производится с помощью решения основных кинематических уравнений (2-3) относительно параметром модели Огородникова-Милна в локальной системой координат, движущейся вокруг центра Галактики вместе с Солнцем. Переход в галактоцентрическую цилиндрическую систему координат помогает получить информацию, относящуюся к Галактике в целом.

**3. Анализ собственных движений звезд при учете распределения параллаксов по небесной сфере.** Строго говоря, для проведения кинематического анализа звезд необходимо знать их параллаксы. В тех случаях, когда параллаксы не известны (это скорее правило, чем исключение) приходится в уравнениях (2-3) полагать, что все звезды находятся от нас на одинаковом расстоянии. В этом случае мы сможем определить параметры движения Солнца лишь с точностью до среднего параллакса  $\hat{\pi}$ . Однако, параллаксы звезд могут иметь систематический ход по небесной сфере, и это надо учитывать при выполнении кинематического анализа собственных движений звезд. Представим зависимость параллаксов звезд от галактических координат с помощью разложения по сферическим функциям:

$$\pi(l, b) = \sum_{nkp} \pi_{nkp} K_{nkp}(l, b). \quad (9)$$

В нашей работе для сферических функций мы будем использовать следующее представление:

$$K_{nkp}(l, b) = R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k = 0, \quad p = 1; \\ P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, \quad p = 0; \\ P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases} \quad (10)$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0; \\ 1, & k = 0. \end{cases} \quad (11)$$

В формуле (10) через  $l$  и  $b$  обозначены соответственно долгота и широта точки на сфере, ( $0 \leq l \leq 2\pi$ ;  $-\pi/2 \leq b \leq \pi/2$ ); через  $P_{nk}(b)$  — полиномы Лежандра (при  $k = 0$ ) и присоединенные функции Лежандра (при  $k > 0$ ), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{aligned} P_{nk}(b) &= \sin b \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(b) - \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b), & k=0, 1, \dots \\ & & n=k+1, k+2, \dots \\ P_{kk}(b) &= \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k b \\ P_{k+1,k}(b) &= \frac{(2k+2)!}{2^{k+1} (k+1)!} \cos^k b \sin b. \end{aligned} \quad (12)$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций  $\mathbf{V}_{nkp}$  одним индексом  $j$ , где

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \quad (13)$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint_{\Omega} (K_i \cdot K_j) d\omega = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j. \end{cases} \quad (14)$$

Другими словами, набор функций  $K_{nkp}$  образуют на сфере ортонормированную систему функций.

Произведем разложение уравнений (2-3), в которых параллаксы представлены разложением (9) по ВСФ, и выясним, за какие гармоники в разложении собственных движений звезд отвечают отдельные параметры разложением (9). Результаты теоретического разложения правых частей уравнений (2-3) при учете систематического хода параллаксов, задаваемого разложением (9), показаны в таблице 1. В этой таблице принято во внимание соотношение  $\pi_{001} = 3.545 \hat{\pi}$ , следующее из (9).

Из таблицы 1 мы видим, как систематический ход параллаксов по координатам искажает значения локальных параметров модели Огородникова-Милна. Комбинируя различные локальных параметры, можно получить и аналогичную картину зависимости галактоцентрических параметров от влияния параллаксов.

Действительно, из формул (5) (при  $\frac{1}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} = 0$ ) для угловой скорости вращения Галактики в окрестностях Солнца получим:

$$M_{21}^- - M_{12}^+ = \frac{V_{\theta}}{R} \quad (15)$$

Таблица 1: Зависимость стандартного решения от коэффициентов разложения параллаксов по сферическим функциям. В первом столбце приводятся обозначения величин, получаемых непосредственно из решения уравнений (2-3) при соглашении о постоянстве параллаксов всех звезд (МСП)

Решение МСП	Точное значение	Влияние параллакса
( $W$ )	$W\hat{\pi}$	$-0.109U\pi_{211} - 0.109V\pi_{210} - 0.126W\pi_{201}$
( $V$ )	$V\hat{\pi}$	$-0.109U\pi_{220} + 0.063V\pi_{201} + 0.109V\pi_{221} - 0.109W\pi_{210}$
( $U$ )	$U\hat{\pi}$	$-0.109U\pi_{221} + 0.063U\pi_{201} - 0.109V\pi_{220} - 0.109W\pi_{211}$
( $\omega_3$ )	$\omega_3$	$0.245U\pi_{110} - 0.245V\pi_{111}$
( $M_{12}^+$ )	$M_{12}^+$	$-0.245U\pi_{110} - 0.044U\pi_{310} + 0.169U\pi_{330}$ $-0.245V\pi_{111} - 0.044V\pi_{311} - 0.169V\pi_{331} + 0.138W\pi_{320}$
( $\omega_2$ )	$\omega_2$	$-0.245U\pi_{101} + 0.245W\pi_{111}$
( $M_{13}^+$ )	$M_{13}^+$	$0.138V\pi_{320} - 0.245U\pi_{101} - 0.107U\pi_{301} + 0.138U\pi_{321}$ $-0.245W\pi_{111} + 0.174W\pi_{311}$
( $\omega_1$ )	$\omega_1$	$0.245V\pi_{101} - 0.245W\pi_{110}$
( $M_{23}^+$ )	$M_{23}^+$	$0.138U\pi_{320} - 0.245V\pi_{101} - 0.107V\pi_{301} - 0.138V\pi_{321}$ $-0.245W\pi_{110} + 0.174W\pi_{310}$
( $M_{11}^*$ )	$M_{11}^*$	$-0.489U\pi_{111} - 0.088U\pi_{311} + 0.338U\pi_{331}$ $+0.489V\pi_{110} + 0.088V\pi_{310} + 0.338V\pi_{330} + 0.276W\pi_{321}$
( $X$ )	$X$	$0.243U\pi_{111} + 0.260U\pi_{311}$ $+0.243V\pi_{110} + 0.260V\pi_{310}$ $-0.486W\pi_{101} + 0.318W\pi_{301}$

Кроме того, из (5) следует, что наклон кривой вращения Галактики или градиент изменения скорости вращения Галактики вдоль радиуса-вектора определяется с помощью выражения

$$M_{21}^- + M_{12}^+ = -\frac{\partial V_{\odot}}{\partial R}. \quad (16)$$

Поскольку скорость вращения Галактики и скорость изменения азимутального угла направлены в разные стороны, из формул (7) получаем:

$$M_{32}^- - M_{32}^+ = \frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} = -\frac{\partial V_{\odot}}{\partial z}. \quad (17)$$

$$M_{32}^- + M_{32}^+ = -\frac{1}{R} \frac{\partial V_z}{\partial \theta}, \quad (18)$$

где  $V_{\odot}$  - скорость кругового движения локальной системы отсчета вокруг центра Галактики (скорость вращения Галактики в окрестности Солнца). Величину (17) отождествляют с вертикальным градиентом изменения скорости вращения Галактики. В работах (Миямото и Дзи Джу [9], Дзи Джу [10]) величина (18) связывается с кинематическим проявлением локального изгиба плоскости Галактики.

Теперь с помощью  $M_{13}^-$  и  $M_{13}^+$  из формул (6), в галактоцентрической системе коор-

Таблица 2: Зависимость галактоцентрических параметров от коэффициентов разложения параллаксов по сферическим функциям. В первом столбце приводятся обозначения величин, получаемых непосредственно из решения уравнений (2-3) при соглашении о постоянстве параллаксов всех звезд (МСП)

Решение МСП	Точное значение	Влияние параллакса
$(\omega_3) - (M_{12}^+)$	$\frac{V_\theta}{R}$	$0.490U\pi_{110} + 0.044U\pi_{310} - 0.169U\pi_{330}$ $+0.044V\pi_{311} + 0.169V\pi_{331} - 0.138W\pi_{320}$
$(\omega_3) + (M_{12}^+)$	$-\frac{\partial V_\Omega}{\partial R}$	$-0.490V\pi_{111} - 0.044U\pi_{310} + 0.169U\pi_{330}$ $-0.044V\pi_{311} - 0.169V\pi_{331} + 0.138W\pi_{320}$
$(\omega_2) - (M_{13}^+)$	$\frac{\partial V_z}{\partial R}$	$0.490W\pi_{111} + 0.107U\pi_{301}$ $-0.138V\pi_{320} - 0.138U\pi_{321} - 0.174W\pi_{311}$
$(\omega_2) + (M_{13}^+)$	$-\frac{\partial V_R}{\partial z}$	$-0.490U\pi_{101} - 0.107U\pi_{301}$ $+0.138V\pi_{320} + 0.138U\pi_{321} - 0.174W\pi_{311}$
$(\omega_1) - (M_{23}^+)$	$\frac{\partial V_\theta}{\partial z}$	$0.490V\pi_{101} + 0.107V\pi_{301}$ $-0.174W\pi_{310} - 0.138U\pi_{320} + 0.138V\pi_{321}$
$(\omega_1) + (M_{23}^+)$	$-\frac{1}{R} \frac{\partial V_z}{\partial \theta}$	$-0.490W\pi_{110} - 0.107V\pi_{301}$ $+0.174W\pi_{310} + 0.138U\pi_{320} - 0.138V\pi_{321}$

динат можно получить следующие величины:

$$M_{13}^- - M_{13}^+ = \frac{\partial V_z}{\partial R}; \quad (19)$$

$$M_{13}^- + M_{13}^+ = -\frac{\partial V_R}{\partial z}. \quad (20)$$

Первое из этих соотношений определяет градиент по радиусу-вектору вертикальной компоненты поля скоростей, то время как второе - градиент по вертикали скорости расширения звездной системы.

Зависимость галактоцентрических параметров (15)-(20) от коэффициентов представления параллаксов звезд по сферическим функциям показана в таблице 2.

**4. Численные оценки.** Оценим количественно степень искажений, которые вносятся в результаты кинематического анализа собственных движений звезд зависимостью хода параллаксов звезд по координатам. В качестве первого шага мы воспользовались данными каталога HIPPARCOS, поскольку только в этом каталоге содержится достаточно полная информация о параллаксах звезд. С этой целью произведем аппроксимацию (9) параллаксов всех звезд этого каталога с помощью сферических функций. Полученные нами коэффициенты разложения показаны в таблице 3, в которой жирным шрифтом выделены статистически значимые (по критерию "три сигма") коэффициенты.

На рис. 2 представлены изолинии распределения параллаксов звезд каталога HIPPARCOS по небесной сфере в галактической системе координат, причем при построении изолиний приняты во внимание только статистически значимые гармоники.

Этот рисунок демонстрирует две характерных детали распределения параллаксов звезд по координатам. Во-первых, - это увеличение параллаксов по мере удаления от

Таблица 3: Значения коэффициентов разложения параллаксов звезд каталога HIPPARCOS по сферическим функциям (формула 9). Единицы измерения - мсд

n	k	p	$\pi_{nkp}$	$\sigma_{\pi_{nkp}}$	n	k	p	$\pi_{nkp}$	$\sigma_{\pi_{nkp}}$
0	0	1	<b>27,40</b>	0,12	4	1	1	-0,29	0,12
1	0	1	0,09	0,13	4	2	0	-0,11	0,12
1	1	0	0,18	0,12	4	2	1	<b>-0,57</b>	0,12
1	1	1	<b>0,48</b>	0,12	4	3	0	-0,02	0,12
2	0	1	<b>2,57</b>	0,12	4	3	1	<b>0,56</b>	0,12
2	1	0	<b>-0,73</b>	0,13	4	4	0	-0,01	0,11
2	1	1	<b>0,57</b>	0,12	4	4	1	0,31	0,11
2	2	0	-0,13	0,12	5	0	1	0,32	0,12
2	2	1	<b>1,27</b>	0,12	5	1	0	-0,02	0,12
3	0	1	-0,28	0,12	5	1	1	0,27	0,12
3	1	0	-0,15	0,12	5	2	0	0,00	0,12
3	1	1	-0,21	0,12	5	2	1	0,02	0,12
3	2	0	-0,08	0,13	5	3	0	-0,13	0,12
3	2	1	-0,20	0,12	5	3	1	-0,07	0,12
3	3	0	0,30	0,12	5	4	0	<b>0,39</b>	0,12
3	3	1	-0,07	0,12	5	4	1	0,16	0,12
4	0	1	<b>-1,54</b>	0,12	5	5	0	0,09	0,11
4	1	0	-0,19	0,12	5	5	1	-0,23	0,11

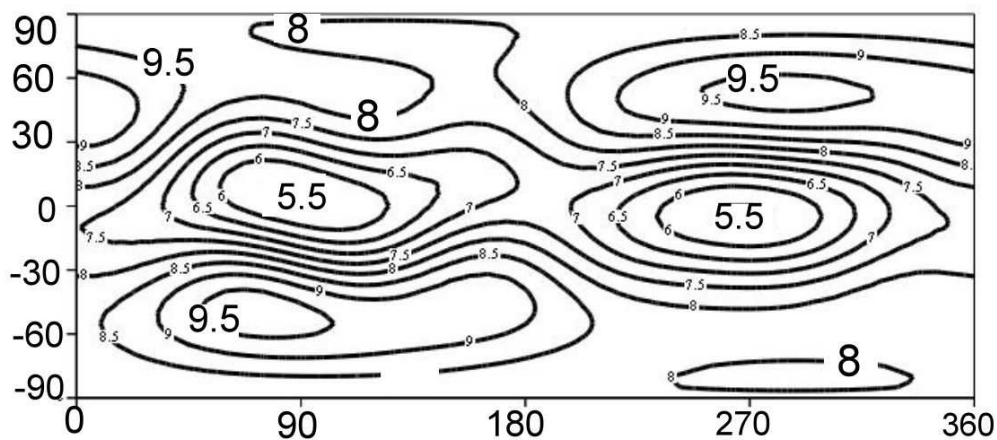


Рис. 2: Распределение параллаксов (мсд) звезд каталога HIPPARCOS по небесной сфере в галактической системе координат. По горизонтальной оси - галактическая долгота, по вертикальной - широта в градусах

полюсов по широте. Этот эффект легко объясняется конечной толщиной Галактического диска, в результате чего, несмотря на межзвездное поглощение, мы видим на низких широтах более далекие звезды, чем в высоких широтах. В разложении (9) это обстоятельство определяется зональной частью разложения, то есть, гармониками, не

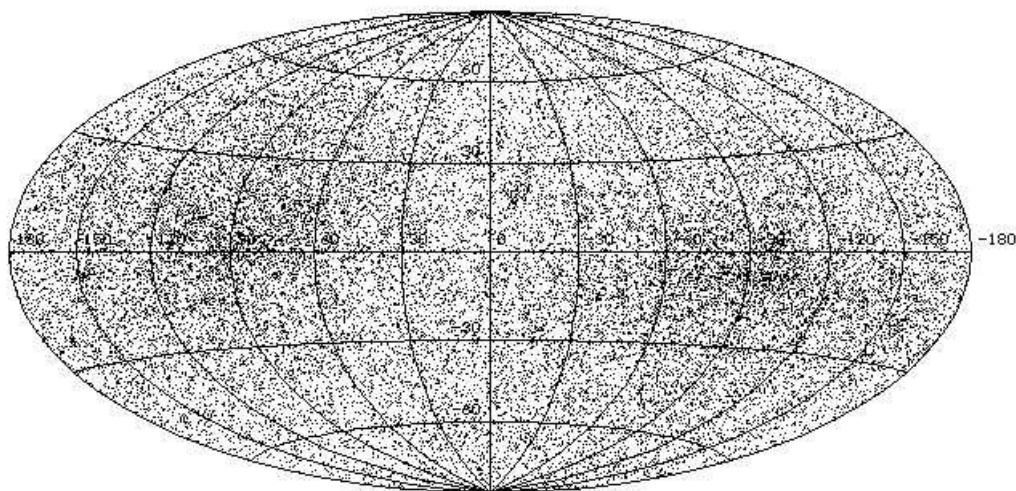


Рис. 3: Распределение звезд каталога HIPPARCOS на небесной сфере (галактическая система координат)

зависящими от долготы ( $K_{001}, K_{201}, K_{401}, \dots$ ). Во-вторых, в распределении параллаксов звезд по долготе наблюдается двойная волна, так как четко виден систематический ход параллаксов, при этом в области низких широт звезды с наибольшими параллаксами группируются на значениях долгот  $l = 90^\circ$  и  $l = 270^\circ$  (положительное и отрицательное направления оси  $Y$ , то есть, в направлении вращения Галактики и в обратном направлении). В разложении (9) эта двойная волна описывается гармониками ( $K_{221}, K_{421}, \dots$ ). Остальные статистически значимые гармоники из таблицы 9 несущественно меняют вид карты изолиний на рис. 2. Двойную волну в распределении параллаксов звезд можно объяснить тем, что на карте распределения по небесной сфере звезд каталога HIPPARCOS в галактической системе координат хорошо прослеживается увеличение концентрации звезд в тех же областях  $l = 90^\circ$  и  $l = 270^\circ$  (рис. 3).

Из таблицы 1 видно, что теоретически все параметры модели Огородникова-Милна, отягощены эффектами систематического хода параллаксов по небесной сфере. Разумеется, величина этого эффекта зависит от анализируемой выборки звезд. Оценим величину систематического смещения параметров модели Огородникова-Милна, вызываемого распределением параллаксов звезд, показанным в Таблице 3.

Прежде всего отметим, что четные по индексу  $n$  коэффициенты  $\pi_{nkr}$  оказывают влияние только на определение компонентов скорости движения Солнца. В тех случаях, когда параллаксы не известны, мы можем получить эти компоненты с точностью до множителя, равного среднему параллаксу взятой выборки звезд. Соответственно, это позволяет вычислить координаты апекса движения Солнца. Примем для компонентов скорости Солнца ( $U, V, W$ ) значения (10, 20, 8) км/с. Этим значениям соответствуют следующие координаты долготы и широты апекса:  $L = 63^\circ.435$ ,  $B = 19^\circ.686$ . Оценим изменение этих координат, обусловленное влиянием четных параллактических коэффициентов. Пользуясь данными таблиц 1 и 3, получим теперь  $L = 64^\circ.401 \pm 0.103$ ,



$B = 18^\circ.599 \pm 0.084$ . Как видим, отмеченные выше главные эффекты в распределении параллаксов по небесной сфере (увеличение по мере удаления от полюсов по широте и двойная волна в распределении параллаксов звезд по долготе) приводят к весьма ощутимому смещению координат апекса на величины порядка одного градуса ( $\Delta L = 0^\circ.966 \pm 0.103$ ,  $\Delta B = -1^\circ.087 \pm 0.084$ .)

В отличие от "солнечных" членов в уравнениях (2-3) из таблицы 1 видно, что на элементы тензоров вращения и деформации оказывают влияние лишь коэффициенты  $\pi_{nkr}$ , соответствующие нечетным значениям индекса  $n$ . Для нашей выборки звезд среди них оказался значимым только коэффициент  $\pi_{1,1,1} = 0.48 \pm 0.12$ . Принимая для компонентов скорости Солнца ( $U, V, W$ ) те же значения (10, 20, 8) км/с, получим смещения параметров, показанные в таблице 4: Анализируя эту таблицу, можно сказать,

Таблица 4: Смещения параметров элементов тензоров вращения и деформации, вызываемые статистически значимой гармоникой  $\pi_{1,1,1} V_{1,1,1}(l, b)$  в разложении (9) параллаксов звезд каталога HIPPARCOS по сферическим функциям

$\Delta\omega_3$	$\Delta M_{12}^+$	$\Delta\omega_2$	$\Delta M_{13}^+$	$\Delta\omega_1$	$\Delta M_{23}^+$
$-2.35 \pm 0.59$	$-2.35 \pm 0.59$	$1.18 \pm 0.29$	$-1.18 \pm 0.29$	0	0

что относительные смещения параметров Оорта  $A = M_{12}^+$  и  $B = \omega_3$  достигают значений 16%, и 24% если принять  $A = M_{15}^+ = 15$  и  $B = \omega_3 = -10$  км/с/кпк.

Теперь сделаем оценки влияния коэффициента  $\pi_{111}$  на определение некоторых галактоцентрических параметров. Из таблицы 2 и формулы (15) мы видим, что угловая скорость вращения Галактики, а, следовательно, и период ее вращения не отягощены ходом параллаксов звезд каталога HIPPARCOS по небу (согласно таблице 9 все потенциально опасные коэффициенты  $\pi_{nkr}$  оказались незначимыми).

В противоположность этому, наклон кривой вращения Галактики или градиент изменения скорости вращения Галактики вдоль радиуса-вектора равен

$$\frac{\partial V_{\odot}}{\partial R} = -(A + B) = -5 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{кпк}^{-1}, \quad (21)$$

в то время, как влияние на эту величину параллактического коэффициента  $\pi_{111}$  определяется величиной  $0.490 V \pi_{111} = 4.7 \pm 1.2 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{кпк}^1$ . Мы видим, что этот эффект достаточно велик для того, чтобы отрицательный наклон кривой вращения Галактики сделать практически нулевым (в пределах среднеквадратической ошибки определения коэффициентов представления хода параллакса по сферическим функциям).

Следует, однако, отметить, что каждая выборка звезд характеризуется своим собственным распределением параллаксов по координатам. Может даже случиться, что звезды действительно будут располагаться приблизительно на одинаковом расстоянии от Солнца, не сильно отклоняясь от него в ту или другую сторону случайным образом. Так, мы получили, что что в разложении (9) для звезд каталога HIPPARCOS, находящихся от Солнца в диапазонах расстояний (300-400), (400-600), (600-1000) пк не оказалось ни одной значимой гармоники, кроме  $K_{0,0,1}$ .

**5. Заключение.** В отличие от авторов статьи [5], использовавших двумерную модель вращения Галактики и одномерную модель хода параллаксов с помощью рядов Фурье по долготе, мы использовали трехмерную кинематическую модель Огородникова-Милна

и аппроксимацию хода параллакса по обеим координатам с помощью сферических функций. Основным теоретическим результатом являются соотношения, с помощью которых можно оценить вклад каждой гармоники в значения параметров кинематической модели. Найдено, что четные по индексу  $n$  гармоники влияют только на смещение координат апекса движения Солнца, в то время, как нечетные гармоники проникают только в компоненты тензоров вращения и деформации поля скоростей. Получено разложение по сферическим функциям параллаксов всех звезд каталога HIPPARCOS. Существенной особенностью этого разложения является большие значения зональных гармоник, что приводит к существенному ходу параллаксов по галактической широте. Выявлена двойная волна в распределении параллаксов по долготе, что подтверждается картой распределения звезд этого каталога на небесной сфере. Показано, что игнорирование такого распределения параллаксов по небу приводит к смещению апекса на величину порядка 1 градуса по обеим координатам и приносит ошибку порядка 15-20% при определении параметров Оорта. Следующая статья будет посвящена методу исключения подобных эффектов при изучении кинематики звезд в тех случаях, когда информация о параллаксах звезд отсутствует.

## Список литературы

- [1] *ESA*, The Hipparcos and Tycho Catalogues 1997, ESA SP-1200, (1997).
- [2] *Вильямс и Высокский*, (Williams E. and Vyssotsky A.,N.). A. N., v. 53, p.58, 1947
- [3] *Oort*, (Oort, J., H.), Colloq. Intern. Centre Natl., Rech. Sci. (Paris), XXV, 55
- [4] *Fricke*, (W. Fricke), The Astronomical Journal, 72, N10, p.1355, 1967
- [5] *Оллинг и др.*, 2003 (Rob P. Olling and Walter Dehnen). The Oort Constants Measured from Proper Motions
- [6] *Огородников К.Ф.*, *Динамика звездных систем* (М.: Физматгиз, 1965).
- [7] *Дю Монт*, (du Mont B. A), 1977, Astron. Astrophys., **61**, N1, pp. 127-132 (1977).
- [8] *Миямото и др.*, (Miyamoto, M., Soma, M., Yokoshima, M., AJ, 105, 2138, 1993
- [9] *Миямото, Дзи Дзю*, (Masanori Miyamoto, Zi Zhu) The Astronomical Journal, 115, 1483-1491, 1993
- [10] *Дзи Дзю*, (Zi Zhu). Publ. Astron. Soc. Japan, 52, 1133-1139, 2000

В и т я з е в В. В., Ц в е т к о в А. С. Систематический ход параллаксов по небу и его влияние на результаты звездно-кинематического анализа

Вестн. С.-Петербург. ун.-та. Сер.1. 2013. Вып. \_\_ (©\_\_). С. 00 — 00.

Изучается влияние систематического хода параллаксов звезд по небесной сфере на определение параметров модели Огородникова-Милна в тех случаях, когда информация о параллаксах отсутствует и движение Солнца не может быть исключено из собственных движений звезд. Наш подход основан на аппроксимации параллаксов как функции координат на сфере с помощью сферических функций. В начале статьи изучается как различные коэффициенты разложения параллаксов искажают значения кинематических параметров поля скоростей. Найдено, что четные по индексу  $n$  гармоники влияют только на компоненты скорости движения Солнца, в то время, как нечетные гармоники проникают только в компоненты тензоров вращения и деформации поля скоростей. Получено разложения по сферическим функциям параллаксов всех звезд каталога HIPPARCOS. Существенной особенностью этого разложения является большие значения зональных гармоник, что приводит к существенному ходу параллаксов по галактической широте. Выявлена двойная волна в распределении параллаксов по долготе, что подтверждается картой распределения звезд этого каталога на небесной сфере. Показано, что игнорирование такого распределения параллаксов по небу дает сдвиг апекса по каждой координате на величину порядка 1 градуса и привносит ошибку до 15-20 % в определение параметров Оорта.

**Ключевые слова:** астрометрия, звездная кинематика, структура Галактики, Hipparcos, собственные движения звезд, сферические функции,

V. V. Vityazev, A. S. Tsvetkov. Systematic drift of parallaxes on the sky and its influence on kinematical analysis of proper motions.

We present the study of how the dependence of parallaxes on coordinates disturbs the results of kinematical analysis when the parallaxes are unavailable and the Solar motion can not be removed from proper motions. Our approach is based on representation of parallaxes on the set of spherical harmonics. At the first step we derived the formulae describing the influence of each harmonic on the kinematical parameters of the 3-D Ogorodnikov-Milne model. It was found that the harmonics with even index  $n$  disturb but only the Solar apex, whereas the odd index ones distort rotation and deformation terms. The parallaxes of all stars in the HIPPARCOS catalogue were expanded on the set of spherical harmonics. The large values of the zonal harmonics due to significant drift of parallaxes along the galactic latitudes and double wave along the longitude have been revealed. These features are confirmed by direct mapping of the stars on the celestial sphere. It is shown that all these effects produce significant (up to 1 degree) shift of the apex and distortion (up to 15-20 per cent) of the Oort constant.

**KEY WORDS:** astrometry, stellar kinematics, HIPPARCOS, proper motions, spherical harmonics

В и т я з е в В. В., Ц в е т к о в А. С. Влияние систематического хода параллаксов звезд по небесной сфере на результаты звездно-кинематического анализа

В статье изучается систематический ход параллаксов звезд по небесной сфере и его влияние на определение параметров модели Огородникова-Милна для тех случаев, когда информация о параллаксах отсутствует и движение Солнца не может быть исключено из собственных движений звезд. Наш подход основан на аппроксимации параллаксов как функции координат на сфере с помощью сферических функций. В начале статьи изучается как различные коэффициенты разложения параллаксов искажают значения кинематических параметров поля скоростей. Найдено, что четные по индексу  $n$  гармоники влияют только на компоненты скорости движения Солнца, в то время, как нечетные гармоники проникают только в компоненты тензоров вращения и деформации поля скоростей. Получено разложение по сферическим функциям параллаксов всех звезд каталога HIPPARCOS. Существенной особенностью этого разложения являются большие значения зональных гармоник, что приводит к существенному ходу параллаксов по галактической широте. Выявлена двойная волна в распределении параллаксов по долготе, что подтверждается картой распределения звезд этого каталога на небесной сфере. Показано, что игнорирование такого распределения параллаксов по небу дает сдвиг апекса по каждой координате на величину порядка 1 градуса и приносит ошибку до 15-20 % в определении параметров Оорта.