

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Математико-механический факультет

Принято на заседании Кафедры  
небесной механики

УТВЕРЖДАЮ

протокол от 12.04.2012 № 14  
Зав. кафедрой

Декан факультета

\_\_\_\_\_ К.В.Холшевников

\_\_\_\_\_ Г.А. Леонов

**ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Аналитические методы небесной механики»  
специальность – 010702 «Астрономия»**

Санкт – Петербург  
2012 г.

1. **Цель изучения дисциплины:** Обучение студентов методам аналитической небесной механики; восприятию связей различных астрономических дисциплин между собой.
2. **Задачи курса:** Изучение основных разделов небесной механики; развитие навыков самостоятельного решения задач небесной механики; развитие навыков самостоятельного решения астрономических задач, требующих взаимодействия с небесной механикой.
3. **Место курса в профессиональной подготовке выпускника:**  
Дисциплина “Аналитическая небесная механика” является одной из основных в подготовке профессионального астронома и служит базой для изучения других астрономических дисциплин.
4. **Требования к уровню освоения дисциплины “Аналитическая небесная механика”**
  - знать содержание дисциплины “Аналитическая небесная механика” и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных фундаментальных и прикладных областях науки;
  - уметь узнавать в задачах о движении небесных тел случаи, когда можно ограничиться формулами невозмущенного движения или использовать их в качестве первого приближения; владеть методами аналитического и качественного исследования движения систем небесных тел.
5. **Объем дисциплины, виды учебной работы, форма текущего промежуточного и итогового контроля**

Всего аудиторных занятий	58 часов
из них: - лекций	58 часов

<b>Изучение дисциплины по семестрам:</b>
7 семестр: лекции - 30 ч., 1 контрольная работа, <b>зачет</b> ;
8 семестр: лекции - 28 ч., 1 контрольная работа, <b>экзамен</b> .

## 6. Содержание дисциплины

### 6.1 Содержание разделов дисциплины

#### 7-й семестр

##### I. Введение: 2 ч. лекций

Понятие возмущенного и невозмущенного движения.

##### II. Основные функциональные пространства, используемые в небесной механике: 10 ч. лекций

Аналитические функции и ряды Тейлора многих переменных в поликруге. Формула Парсеваля и оценки коэффициентов. Периодические функции, голоморфные в полиполосе. Формула Парсеваля и оценки коэффициентов. Даламберовские функции. Ряды Маклорена, Фурье и Пуассона даламберовских функций, оценки коэффициентов. Примеры простейших даламберовских и недаламберовских функций. Основные функции небесной механики как даламберовские функции.

##### III. Разложения по степеням времени: 10 ч. лекций

Разложение решения (и функции от решения) дифференциального уравнения в ряд по степеням времени. Ряд Софуса Ли. Свойства оператора дифференцирования вдоль траектории и оператора сдвига вдоль траектории. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Мажорантные функции. Сходимость разложений по степеням времени.

IV. Метод малого параметра: 8 ч. лекций

Разложение решения дифференциального уравнения в ряд по степеням малого параметра. Формальное решение. Мажорантные функции. Сходимость разложений по степеням малого параметра: общий случай, система в стандартной форме, система с медленными и быстрыми переменными, система уравнений небесной механики. Точность полученных оценок области сходимости.

Контрольная работа по темам 3, 4.

## 8-й семестр

V. Малые знаменатели: 8 ч. лекций

Определение малых знаменателей.

Случай двух переменных. Распределение значений малых знаменателей в резонансном случае. Распределение значений малых знаменателей в нерезонансном случае.

Оценка снизу в алгебраическом случае. Оценка снизу для почти всех отношений частот.

Случай трех и более переменных.

Астрономическое значение малых знаменателей.

VI. Метод преобразований Ли: 10 ч. лекций

Решение произвольной задачи Коши как замена переменных. Решение произвольной канонической системы как каноническое преобразование.

Групповые свойства преобразований. Ряд Ли для решения произвольной задачи Коши. Ряд Ли для решения канонических уравнений. Случай гамильтониана, представленного рядом по малому параметру. Условия метода осреднения.

Понижение порядка исходной канонической системы.

Получение основного уравнения в частных производных. Его общее решение в квадратурах. Решение в виде ряда при различных способах фиксации произвольных функций. Сравнение с интегрированием в методе малого параметра.

Асимптотическая сходимость метода осреднения.

Понятие о КАМ-теории.

VII. Уравнения Дуффинга и Ван-лер-Поля: 10 ч. лекций

Возмущенный линейный маятник. Переход к амплитудам и фазам. Решение уравнений методом малого параметра. Резонансы. Решение уравнений методом осреднения. Решение уравнений методом Хори-Депри.

Уравнение Дуффинга. Переход к амплитудам и фазам. Решение уравнений методом малого параметра. Резонансы. Решение уравнений методом осреднения. Решение уравнений методом Хори-Депри.

Уравнение Ван-дер-Поля. Переход к амплитудам и фазам. Решение уравнений методом осреднения.

Понятие предельного цикла. Различие решений для уравнений типа уравнений небесной механики и типа уравнений Ван-дер-Поля.

Контрольная работа по теме 7.

### 6.2 Лабораторный практикум

- не предусмотрен учебным планом

### 6.5 Темы курсовых работ (выборочно)

- Получить первые члены разложения гамильтониана задачи  $N$  тел в ряд Фурье по все угловым переменным.

- Получить решение уравнения Дуффинга с точностью до второй степени малого параметра.
- Получить решение уравнения Ван-дер-Поля с точностью до второй степени малого параметра.
- Получить решение уравнения движения спутника сжатой планеты с точностью до второй степени малого параметра.

**6.6 Темы рефератов** – для данной дисциплины не предусмотрены учебным планом.

## **7. Технические средства обучения и материальное обеспечение**

В данном курсе, как правило, не используются. По желанию лектора применяется компьютерный проектор.

## **8. Активные методы обучения**

В данном курсе, как правило, применяются классические аудиторские методы

## **9. Материальное обеспечение дисциплины**

Требуется стандартное оборудование лекционных аудиторий.

## **10. Литература**

### **10.1 Основная**

1. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М.: Наука, 1968.
2. Холшевников К.В., Титов В.Б. Задача двух тел (учебное пособие). СПб: Изд. СПбГУ, 2007.
3. Холшевников К.В. Асимптотические методы небесной механики. Л.: изд. ЛГУ, 1985.

### **10.2 Дополнительная**

1. А.Пуанкаре. Новые методы небесной механики. В 3-х томах. М.: Наука, т.1.1971.
2. Гребеников Е.А., Рябов Ю.А. Новые качественные методы в небесной механике. М.: Наука, 1971.
3. К.Шарлье. Небесная механика. М.: Наука, 1966.
4. А.Х.Найфе. Методы возмущений. М.: Наука, 1976.

Составители:

профессор, доктор физ.-мат. наук \_\_\_\_\_ К.В.Холшевников

Рецензент:

профессор, доктор физ.-мат. наук \_\_\_\_\_ А.С.Шмыров