Непредсказуемые орбиты

…если вдруг планеты
Задумают вращаться самовольно,
Какой возникнет в небесах раздор!
В.Шекспир

И.И.Шевченко

Иван Иванович Шевченко, *доктор физико-математических наук, заведующий сектором Главной (Пулковской) астрономической обсерватории РАН, член Международного астрономического союза. Область научных интересов — динамика тел Солнечной системы, небесная механика, нелинейная динамика, динамика и физика центральных областей активных ядер галактик.*

В течение многих столетий ничто не казалось людям более далеким от хаоса и случайности, чем правильное, размеренное движение тел Солнечной системы. Целочисленные соотношения между орбитальными периодами некоторых из них, впервые обнаруженные еще в XVIII в., выглядели очевидным подтверждением царящего порядка и гармонии. Но, вразрез с очевидностью, именно такие соотношения (называемые *соизмеримостями* или *резонансами*) оказались первопричиной хаоса — явления, вовсе не связанного с какими-либо случайными воздействиями на движущиеся тела, а таящегося в самой природе движения.

Идея порядка, основанного на геометрических соотношениях, вдохновляла И.Кеплера в его первых исследованиях движения планет. В 1593 г. он заметил, что радиусы окружности, вписанной в равносторонний треугольник, и окружности, описанной вокруг него, относятся примерно как радиусы орбит Юпитера и Сатурна. Под впечатлением этого наблюдения он разработал модель Солнечной системы в виде концентрической последовательности пяти правильных многогранников. Солнечная система в этой модели подчинялась некоему статичному геометрическому порядку.

В 1784 г. П.Лаплас обратил внимание на другое, уже не геометрическое, а динамическое соотношение между орбитами Юпитера и Сатурна — *периоды обращения* этих планет близки к целочисленной соизмеримости (резонансу) 2/5. С его помощью он объяснил наблюдавшиеся аномалии в движении Юпитера и Сатурна и показал их периодический, а не монотонный (как говорят небесные механики, *вековой*) характер. Этот триумф небесной механики, наряду с другими выдающимися достижениями (в частности, с весьма точным предсказанием А.Клеро даты возвращения кометы Галлея в 1759 г.), позволил Лапласу выдвинуть идею, что мир полностью детерминирован: если в какой-то момент заданы положения и скорости составляющих его частиц, вся его последующая история предопределена. Воплощением этой идеи может служить механическое устройство — «часовой планетарий» (рис.1), представляющий движения и фазы планет и их спутников в Солнечной системе с помощью часового механизма. По словам А.Паннекука [1], «Солнечная система мыслилась как гигантский механизм, приводимый в движение и подталкиваемый только силой всемирного тяготения. Это был до конца познаваемый и поддающийся вычислению часовой механизм, который навечно сохранял свое движение».

Таким образом, в конце XVIII в. учет *одиночного резонанса* в теории Лапласа привел к формулировке и всеобщему научному признанию детерминизма. Полная предопределенность движения как больших, так и малых тел Солнечной системы не подвергалась сомнению. Казалось, чем точнее на-

Рис.1. «Часовой планетарий».

блюдения, чем совершеннее теория, тем на большее время можно предсказать движение любого небесного тела. Парадоксально, но спустя два века анализ *взаимодействия резонансов* в работах Б.В.Чирикова, Дж.Уиздома и других ученых разрушил детерминистическую концепцию. Отказу от нее способствовало, в частности, возвращение в 1986 г. кометы Галлея (третье после предсказанного Клеро): теперь ее орбита рассматривалась не как пример полностью рассчитываемого предопределенного движения, а как пример проявления динамического хаоса. Детерминизм Лапласа просуществовал в течение трех обращений кометы Галлея на орбите. Любопытно, что даже во времена, когда лапласовский детерминизм абсолютно господствовал в научной мысли, образованное сообщество в целом едва ли воспринимало космос как идеальный предсказуемый механизм: явления комет казались неожиданными и опасными (см. рис.2 и обсуждение в книге [2]).

Рис.2. Винсент Ван Гог. «Звездная ночь» (набросок, 1889 г.).

Маятник, резонансы и хаос

Резонанс представляет собой центральное понятие нелинейной динамики. Чириков в своей статье [3] определяет его так: «Под резонансом понимается такая ситуация, когда некоторые частоты невозмущенной системы близки между собой или к частотам внешнего возмущения». Как убедиться в наличии резонанса в движении тех или иных небесных тел? Ведь наблюдаемая соизмеримость между частотами никогда не бывает совершенно точной — хотя бы из-за ошибок наблюдений. Чтобы решить этот вопрос, небесные механики вводят *резонансную фазу* (часто называемую также *резонансным* или *критическим углом* или же *резонансным* или *критическим аргументом*) — линейную комбинацию (алгебраическую сумму) угловых переменных системы с целочисленными коэффициентами, выбор которых определяет резонансное соотношение между частотами. Если этот угол изменяется в ограниченных пределах, т.е. либрирует, подобно колебаниям маятника, — система находится в резонансе, если же он неограниченно увеличивается или уменьшается, т.е. вращается, — резонанса нет. Траектория, пограничная между либрацией и вращением, носит название *сепаратрисы*. Итак, динамика жесткого маятника (он изображен на рис.3) дает модель резонанса. В определенном смысле эта модель резонанса универсальна [3, 4].

В небесной механике мы имеем дело, как правило, с *нелинейными резонансами*, когда частота фазовых колебаний на резонансе зависит от амплитуды (энергии) колебаний, как в примере маятника. В случае линейного резонанса частота от амплитуды не зависит. Подробно о свойствах нелинейного резонанса рассказано в выдающейся статье [3], где фундаментальные понятия нелинейной динамики разъясняются доступно и в то же время строго.

Малейший внешний толчок жесткого маятника, находящегося вблизи верхнего положения равновесия ($\phi = \pm\pi = \pm 180°$; угол ϕ определен на рис.3), способен радикально изменить характер движения (например, сменить колебание на вращение). В этом состоит так называемая существенная зависимость от начальных условий. Что про-

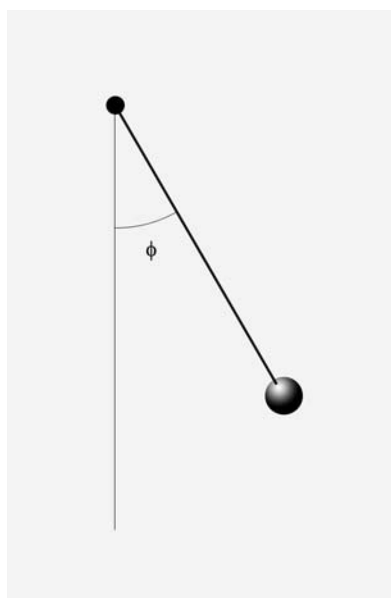


Рис.3. Маятник.

изойдет, если маятник или какую-либо другую систему с сепаратрисой подвергать периодическому возмущению? Движение системы вблизи сепаратрисы в типичном случае, т.е. для большинства начальных условий и значений параметров, станет весьма необычным. Сейчас это хорошо известно, а впервые на запутанное и сложное поведение траекторий вблизи *возмущенной* сепаратрисы (в небесно-механической *задаче трех тел*) указал А.Пуанкаре в 1899 г. Правда, тогда не предполагалось, что характер этого запутанного движения в каком-либо смысле «случаен».

Долгое время исследования движения вблизи сепаратрисы совсем не касались хаотического поведения, а ограничивались анализом частных случаев, когда был возможен традиционный подход. В 1908 г. английский ученый А.Стефенсон опубликовал работу о динамике обращенного ($\phi = \pm\pi = \pm 180°$) жесткого маятника с вибрирующей точкой подвеса. Он нашел, что вертикальная вибрация подвеса со специально подобранными частотой и амплитудой способна стабилизировать обращенный маятник. Этот эффект наглядно продемонстрировали эксперименты П.Л.Капицы в конце 40-х годов прошлого века. Современные возможности вычислительной техники дают возможность взглянуть на этот эффект по-новому: если построить *сечение фазового пространства* (пространства координат и импульсов динамической системы) для такого маятника, то выясняется, что область устойчивости представляет собой лишь небольшой островок в обширном хаотическом «море», образуемом траекториями с очевидно нерегулярным поведением. До середины прошлого века это хаотическое движение не было объектом научного исследования, как и хаотическое движение любой другой динамической системы.

В 1959 г. Чириков впервые описал динамический хаос как порождение *взаимодействия резонансов*, а в качестве критерия возникновения хаоса предложил *критерий перекрытия резонансов* [3, 5]. Ограничимся здесь поясняющим примером. Фазовое пространство в случае невозмущенного маятника имеет два измерения, определяемые двумя переменными — углом отклонения ϕ и импульсом $p = ml\dot{\phi}$, где m — масса маятника, l — его длина, $\dot{\phi}$ — скорость изменения угла ϕ. На хорошо известном *фазовом портрете* ϕ—p невозмущенного жесткого маятника (рис.4) имеется единственная область либраций (колебаний), ограниченная невозмущенной сепаратрисой. Иначе говоря, маятниковая модель резонанса в невозмущенном случае описывает единственный резонанс. Если включить периодическое возмущение — вибрацию подвеса — то фазовое пространство нашей динамической системы уже не будет двумерным и для сравнения с фазовым портретом в невозмущенном случае будет необходимо построить *сечение фазового пространства*. Оно строится следующим образом: станем откладывать значения переменных на графике не непрерывно, а «стробоскопически» — через постоянные интервалы времени, равные периоду возмущения. На построенном таким образом сечении мы увидим уже не одну, а три области либраций — три резонанса (рис.5). Если частота возмущения относительно велика, разделение резонансов по импульсу велико и они почти не «взаимодействуют». При уменьшении частоты возмущения резонансы сближаются и в окрестности сепаратрис возникают заметные хаотические слои, где, как хорошо видно на рис.5, движение очевидным образом нерегулярно; при дальнейшем уменьшении частоты возмущения эти слои сливаются в единый хаотический слой — результат взаимодействия резонансов при их сильном сближении в фазовом пространстве.

По словам Чирикова, «...физик прежде всего старается выяснить, какие резонансы играют роль в той или иной системе и как они взаимодействуют друг с другом» [3]. Именно наличие резонансов, — казалось бы, воплощения порядка, — приводит к непредсказуемому, хаотическому характеру движения. Иными словами, присутствие резонансов в фазовом пространстве

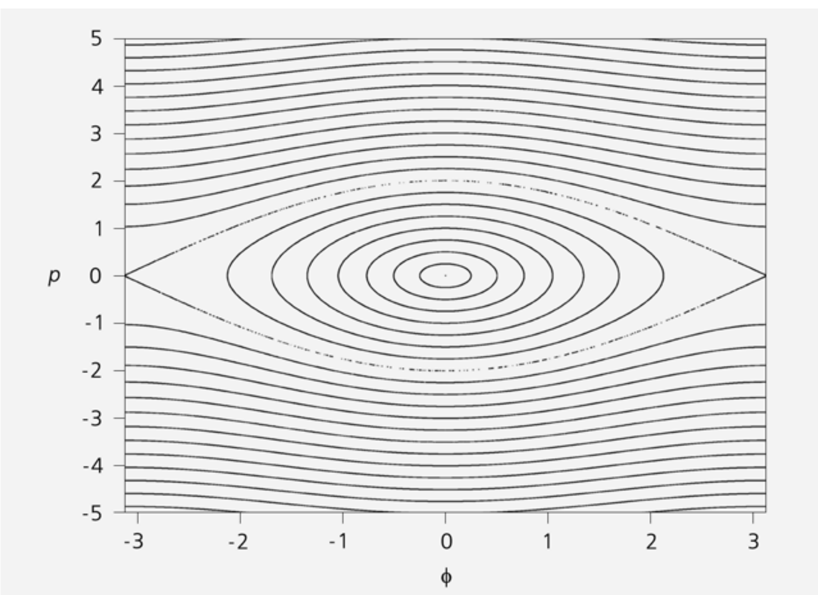


Рис.4. Фазовый портрет для невозмущенного маятника.

обусловливает и присутствие хаотической компоненты в этом пространстве. Правда, как мы только что видели, чтобы хаос мог существовать, требуется наличие в фазовом пространстве не одного, а двух или более резонансов, — необходимо их взаимодействие.

Движение в окрестности возмущенных сепаратрис резонансов является хаотическим. При относительно малых возмущениях системы для описания хаотической компоненты удобно применять понятие *хаотического слоя*. Он представляет собой область — окрестность сепаратрис — в фазовом пространстве, внутри которой динамическая система движется хаотическим образом. Теория хаотического слоя имеет приложения в самых разных областях механики и физики [4, 6]. Ключевую роль в ней играют *сепаратрисные отображения*. Они представляют движение системы вблизи сепаратрисы в дискретном виде («стробоскопически», как и выше — при построении сечения фазового пространства): состояние системы, задаваемое переменными «время» и «энергия», фиксируется не непрерывно, а лишь в моменты прохождения маятником, описывающим резонанс, его положений равновесия. Пример сепаратрисного отображения:

$$y' = y + \sin x,$$
$$x' = x + \lambda \ln|y'| + c,$$

где x, y и x', y' — переменные «время» и «энергия» (в нормализованном безразмерном виде) в два следующих друг за другом момента времени, когда эти переменные фиксируются; λ, c — постоянные, выражаемые через физические параметры исходной системы.

Моделью нелинейного резонанса при выводе уравнений сепаратрисного отображения в классической форме (см. [4]) служит рассмотренный нами выше *возмущенный маятник* — динамическая система, описывающая маятник с периодическими возмущениями. Важнейший параметр сепаратрисного отображения — так называемый *параметр адиабатичности* λ, равный отношению частоты возмущения к частоте малых фазовых колебаний на резонансе. Сепаратрисное отображение применимо для описания движения при любых значениях этого параметра [7]. Пример хаотического слоя, описываемого сепаратрисным отображением, показан на рис.6. Сепаратрисное отображение в случае асимметричного возмущения представляет собой более сложный алгоритм: оно содержит условные переходы [8].

Если близкие траектории в ограниченном фазовом пространстве расходятся по экспоненте — иначе говоря, если расстояние между двумя исходно близкими точками этих траекторий растет со временем экспоненциально, — то движение хаотично. Скорость расхождения близких траекторий (в фазовом пространстве и в логарифмическом масштабе расстояний) характеризуется так называемым *максимальным показателем Ляпунова*. О том, что движение хаотично, говорит отличие максимального показателя Ляпунова от нуля. Величина, обратная этому показателю, $T_L \equiv L^{-1}$, — так называемое *ляпуновское время*, представляет собой характерное время предсказуемой дина-

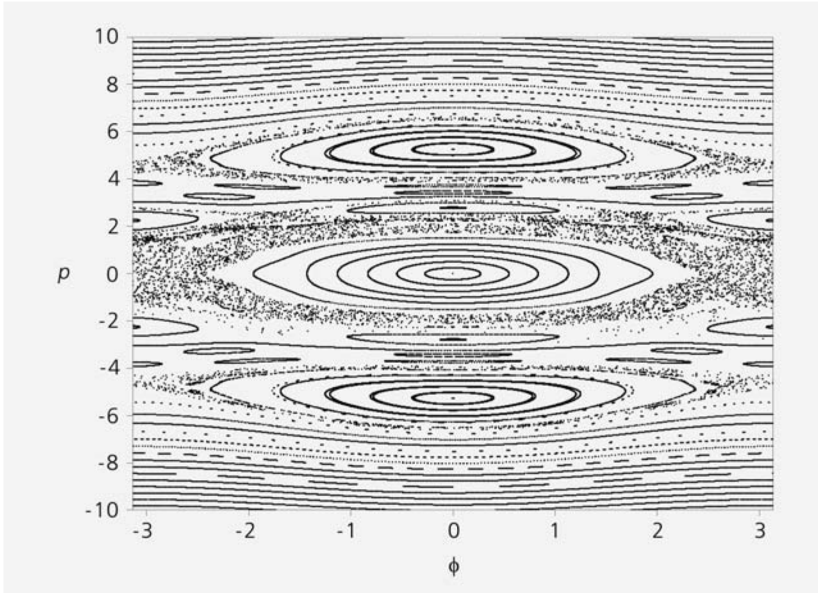


Рис.5. Триплет взаимодействующих резонансов при умеренной относительной частоте возмущения.

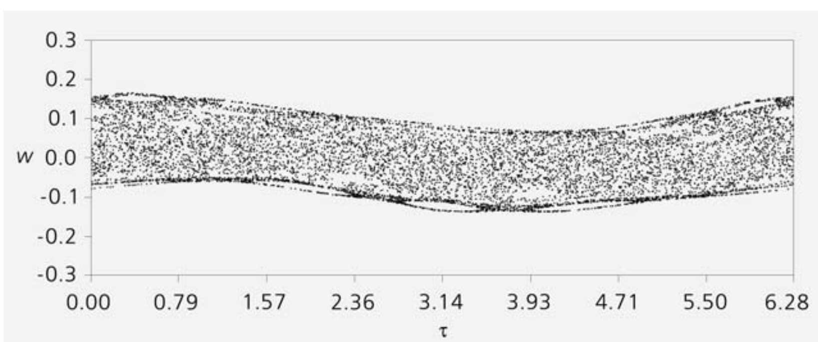


Рис.6. Хаотический слой в координатах «время — энергия», пример.

мики. О важности данной величины для небесной механики говорит то обстоятельство, что ни одна точная теория движения любой небесно-механической системы не может быть построена на временах, много бо́льших ее ляпуновского времени.

Искусство вычисления показателей Ляпунова на ЭВМ имеет более чем тридцатилетнюю историю и за это время стало обширным разделом прикладной математики. Современные численные методы позволяют вычислять их эффективно и точно. С другой стороны, методы аналитического оценивания показателей Ляпунова появились лишь в последние несколько лет.

Метод оценивания максимального показателя Ляпунова [9, 10], основанный на теории сепаратрисных отображений, позволил получить в ряде задач динамики тел Солнечной системы аналитические оценки ляпуновских показателей (см. обзор [6]), которые весьма хорошо согласуются с численно-экспериментальными.

Хаос во вращении спутников планет

В 1984 г. Дж.Уиздом, С.Пил (США) и Ф.Миньяр (Франция) на основе численных экспериментов и теоретических оценок ширины хаотического слоя предсказали, что седьмой спутник Сатурна, Гиперион (рис.7), находится в хаотическом вращении относительно собственного центра масс: ориентация спутника и скорость его вращения изменяются со временем хаотически. Причина хаоса во вращательной динамике спутников кроется во взаимодействии *спин-орбитальных резонансов* (резонансов между вращением и орбитальным движением). Оказалось, что у Гипериона оно особенно сильно — в конечном счете из-за сильной несферичности его фигуры и существенного отличия орбиты от круговой, т.е. заметного *эксцентриситета* орбиты. (Эксцентриситет орбиты характеризует ее вытянутость; определение этого и других *элементов орбиты* см., например, в [11].)

Источником данных о вращательной динамике малых спутников планет служит, как правило, анализ их оптических кривых блеска — рядов значений светового потока, фиксируемых наблюдателем на протяжении того или иного интервала времени. В 1989 г. американский астроном Дж.Клаветтер, проведя анализ и моделирование построенной им кривой блеска Гипериона, заключил, что этот спутник, по всей вероятности, действительно вращается нерегулярным образом. В 2002 г. в Пулковской обсерватории А.В.Мельников с помощью специально разработанного комплекса программ промоделировал кривые блеска Гипериона как по данным наблюдений Клаветтера, так и по данным пулковских наблюдений А.В.Девяткина и др. и путем вычисления ляпуновских показателей движения сделал строгий вывод, что Гиперион находится в хаотическом режиме вращения. На рис.8 приведены модельные кривые блеска Гипериона.

Плоские (в плоскости орбиты) колебания и вращения спутника вблизи *синхронного* резонанса (резонанса, при котором период вращения спутника равен его орбитальному периоду, как у Луны) описываются уравнением возмущенного маятника, где роль угла отклонения маятника выполняет угол, задающий ориентацию спутника относительно направления на планету. Поэтому оказывается применимым метод аналитического оценивания максимального показателя Ляпунова [9, 10], основанный на теории сепаратрисных отображений. Теоретические оценки ляпуновского времени ($\approx$30 сут) хорошо согласуются с численно-экспериментальными [12, 13].

Есть ли в Солнечной системе другие (помимо Гипериона) спутники, хаотически кувыркающиеся относительно собственного центра масс? У многих спутников характер вращения неизвестен. Спутники, для которых он установлен, в большинстве своем вращаются синхронно с орбитальным движением: подобно Луне, они постоянно обращены к планете одной стороной. Однако в течение долговременной динамической эволюции любой спутник в какой-то момент времени обязательно оказывается в состоянии хаотического вращения — например, при прохождении через сепаратрису синхронного резонанса, — иначе он не может быть захвачен в синхронное вращение. У малых и крупных спутников характер хаотического вращения различен. У малых (спутников неправильной формы) такое вращение представляет собой трехмерное кувыркание; у большинства крупных (спутников, близких к сферическим) вращательное движение в хаотическом слое в окрестности сепаратрисы сохраняет плоский характер: ось вращения остается приблизительно ортогональной плоскости орбиты [13].

Наши теоретические исследования показали [13], что в состоянии хаотического враще-

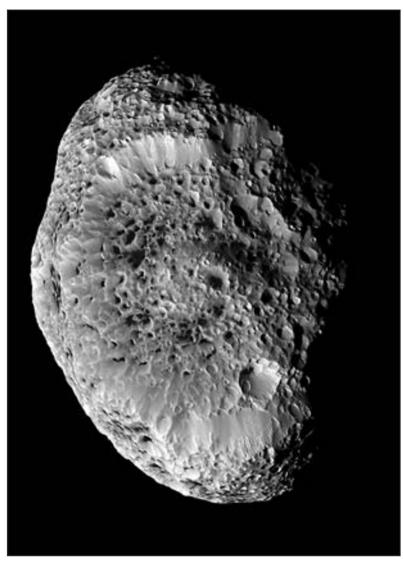
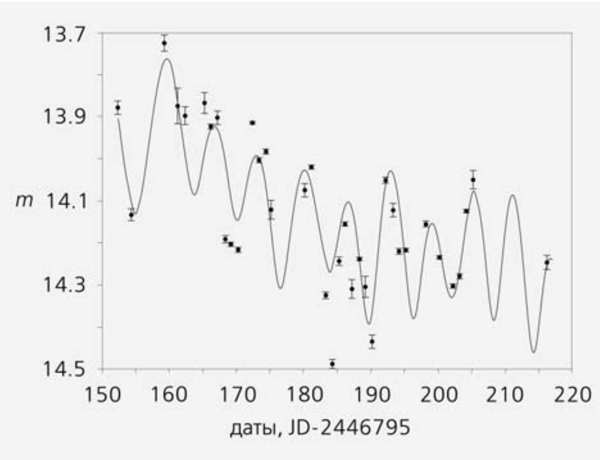


Рис.7. Гиперион. Снимок с космического аппарата «Cassini».



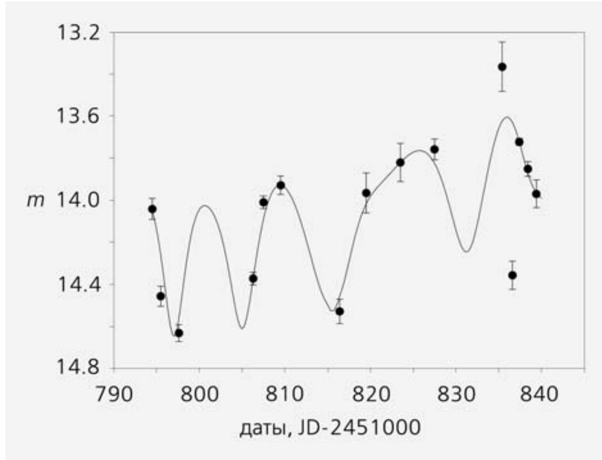


Рис.8. Модельные кривые блеска Гипериона: для наблюдательных данных Клаветтера (слева); для наблюдений, выполненных в Пулкове в 2000 г. (справа). Кружки — наблюдательные данные. По осям: JD — юлианская дата, m — звездная величина. Звездная величина характеризует наблюдаемый блеск объекта в логарифмическом масштабе, юлианская дата задает время в сутках (строгие определения m и JD см. в [11]).

ния, возможно, находятся кроме Гипериона также 16-й и 17-й спутники Сатурна Прометей и Пандора, причем ляпуновское время вращения у каждого очень мало: 0.5—0.6 сут. Характер их вращения в настоящее время неизвестен. Очень важен вопрос: существует ли преимущественная ориентация спутника при «хаотическом кувыркании» или все его ориентации в этом случае равновероятны? Расчеты свидетельствуют [14], что у Прометея и Пандоры в случае их хаотического вращения присутствует преимущественная ориентация наибольшей оси фигуры спутника в направлении на Сатурн. Это затрудняет извлечение выводов о характере вращения этих спутников из наблюдений, поскольку хаотический режим в определенной степени схож с обычным синхронным вращением.

Согласно численно-экспериментальным и аналитическим оценкам [12, 13], ляпуновские времена хаотического вращения малых спутников планет Солнечной системы могут быть весьма невелики — до полусуток, т.е. хаос в случае его наличия вполне наблюдаем. Однако хаотическое вращение до сих пор наблюдалось только в случае Гипериона. Из более чем 160 открытых к настоящему времени спутников состояние вращения из наблюдений определено у 33. При этом 25 спутников находятся в синхронном резонансе, а у семи периоды вращения много меньше орбитальных периодов.

А что же Луна, являющаяся, по образному выражению В.Пелевина, «из всех планет и небесных тел важнейшим для нас»? Как хорошо известно каждому, Луна всегда обращена к нам одной и той же стороной, т.е. находится в синхронном резонансе. Не так широко известно, что она испытывает малые колебания относительно этого положения. Это явление носит название *физической либрации* Луны. Насколько регулярны и предсказуемы малые колебания нашего спутника, если рассматривать большие интервалы времени? К сожалению, этот вопрос до сих пор никем не рассматривался — по-видимому, в силу сложности задачи.

Спутниковые системы

Если орбитальные частоты (как говорят небесные механики, *средние движения*) планет в планетной системе или спутников в спутниковой системе примерно соизмеримы, т.е. их отношение приблизительно равно отношению двух целых чисел, то система либо близка к орбитальному резонансу, либо находится в нем. В Солнечной системе многие спутники планет входят в резонансные или близкие к резонансным системы. Например, в системе Юпитера Ио и Европа, а также Европа и Ганимед находятся в *резонансе средних движений* 2/1. В системе Сатурна Мимас и Тефия, а также Энцелад и Диона пребывают в резонансе 2/1, Диона и Рея — вблизи резонанса* 5/3, Титан и Гиперион — в резонансе 4/3. В системе Урана все резонансы приблизительные: Миранда и Умбриэль движутся вблизи резонанса 3/1, Ариэль и Умбриэль — 5/3, Умбриэль и Титания — 2/1, Титания и Оберон — 3/2.

Захваты спутниковых систем в орбитальные резонансы — закономерные этапы приливной эволюции этих небесно-механических систем. Американские

* Выражение «вблизи резонанса» означает, что орбитальные периоды лишь приблизительно удовлетворяют данному целочисленному соотношению и при этом соответствующая резонансная фаза вращается, а не колеблется.

ученые У.Титтемор, Дж.Уиздом, К.Мюррей с соавторами еще в 80-х годах прошлого века показали, что такой захват может существенным образом повлиять на дальнейшую орбитальную динамику спутников и даже на их внутреннее строение. При захвате в орбитальный резонанс или при выходе из него система пересекает границы хаотического слоя в окрестности сепаратрис резонанса. Внутри слоя система движется хаотическим образом. Однако причиной хаоса является, как правило, взаимодействие не отдельных резонансов средних движений, а *субрезонансов* в *мультиплетах*, соответствующих одному такому резонансу. Форма и ориентация орбит испытывают медленные вариации, включающие монотонную (*вековую*) прецессию орбит. Расщепление орбитальных резонансов на субрезонансы вызвано этой прецессией.

Второй (Миранда) и пятый (Умбриэль) спутники Урана в настоящее время не находятся между собой в точном орбитальном резонансе, но довольно близки к резонансу 3/1. Согласно выводам Титтемора и Уиздома, весьма вероятно, что в прошлом эти спутники находились некоторое время в резонансе 3/1 в ходе приливной эволюции их орбит. Пример сечения фазового пространства движения для одной из стадий эволюции системы приведен на рис.9. Численно-экспериментальные и аналитические (полученные с помощью теории сепаратрисных отображений) оценки ляпуновского времени сделаны А.В.Мельниковым и мной. Ляпуновское время хаотической системы на разных этапах эволюции оказалось равным 50—100 лет.

Хаотические режимы в динамике спутниковых систем имели место не только в прошлые эпохи истории Солнечной системы. В конце 90-х годов французские ученые С.Шампенуа и А.Виенн рассмотрели динамику находящихся в орбитальном резонансе 2/1 первого и третьего спутников Сатурна, Мимаса и Тефии. Эта динамика, по-видимому, хаотична благодаря большой амплитуде либраций на резонансе. Шампенуа и Виенн привели усредненное уравнение задачи к уравнению нелинейного маятника с периодическими возмущениями. Используя это аналитическое представление, можно получить аналитические оценки ляпуновского времени. Такие оценки получили мы с Мельниковым, причем не только аналитически, но и численно, посредством прямого интегрирования уравнений движения. Эти оценки составляют 300—600 лет в разных моделях. Таким образом, в этой системе хаос на временны́х масштабах, доступных для наблюдений, не проявляется.

Поведение системы Прометей—Пандора (16-й и 17-й спутники Сатурна — спутники-пастухи кольца F) гораздо более хаотично. П.Голдрайх и Н.Раппапорт (США) в 2003 г. численно-экспериментальным путем оценили ляпуновское время орбитального движения в окрестности резонанса 121/118 средних движений в этой системе. По их данным, оно составляет ≈3.3 года. А.Фармер и П.Голдрайх в статье 2006 г. привели уравнение движения к маятниковому с периодическими возмущениями. С помощью этого представления и метода, основанного на теории сепаратрисных отображений, можно получить аналитическую оценку T_L [10]. Она практически совпадает с численно-экспериментальными оценками.

Итак, имеющиеся оценки ляпуновского времени для систем Прометей—Пандора (≈3 года), Миранда—Умбриэль (50 — 100 лет) и Мимас—Тефия (300 — 600 лет) свидетельствуют, что диапазон значений времени предсказуемой динамики в спутниковых системах, находящихся в хаотических режимах движения, весьма широк: по порядку величины в известных случаях

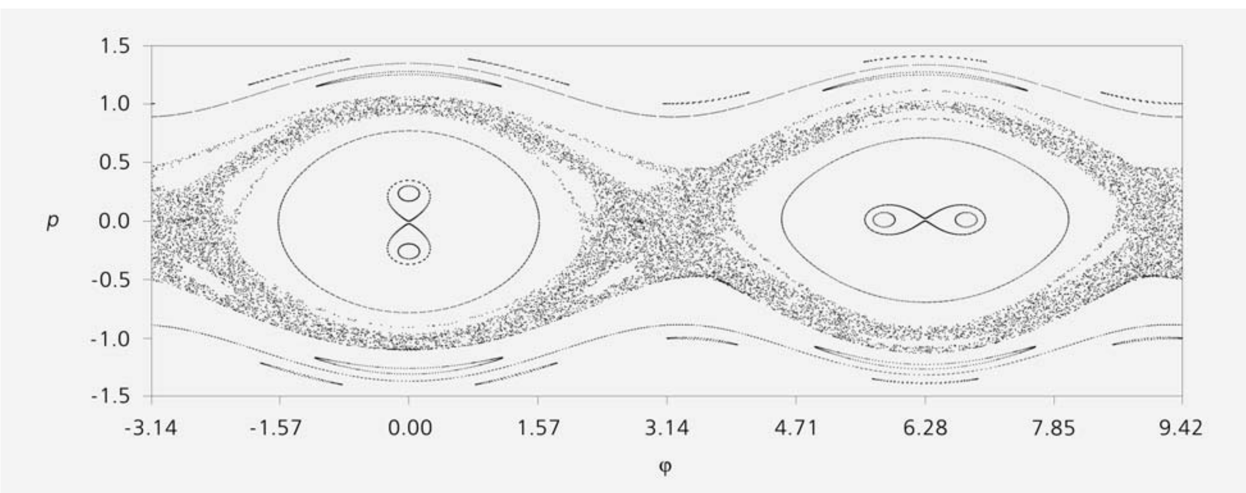


Рис.9. Сечение фазового пространства для системы Миранда—Умбриэль. Видны широкие хаотические слои в окрестности сепаратрис.

он составляет от года до тысячи лет. В случае системы Прометей—Пандора орбитальный хаос ввиду малого ляпуновского времени потенциально наблюдаем.

Орбитальная динамика астероидов и комет

Важная роль резонансов в динамике астероидов стала ясна со времени открытия в 1867 г. Д.Кирквудом люков («малонаселенных» областей) в поясе астероидов. Наиболее выраженные минимумы в распределении астероидов по большим полуосям орбит соответствуют резонансам средних движений 2/1, 3/1, 4/1, 5/2 и 7/3 с Юпитером [11]. Роль хаоса в «очистке» люков от астероидов была выяснена Уиздомом в начале 80-х годов прошлого века — по крайней мере для люка 3/1 (этот люк и люк 2/1 — самые выраженные): хаотическим орбитам вблизи этой соизмеримости свойственны спорадические скачки эксцентриситета, которые приводят к пересечению орбиты астероида с орбитой Марса, и астероид рано или поздно выбрасывается из области люка вследствие тесного сближения с этой планетой.

Область хаоса, соответствующая резонансу 3/1, показана на рис.10 на представительном множестве начальных значений большой полуоси a и эксцентриситета e орбиты астероида. Границы этой области определены путем вычисления значений максимального показателя Ляпунова для системы Солнце—Юпитер—астероид. Начальные данные, отвечающие хаотическим траекториям со скачками эксцентриситета, выделены черным, а хаотическим траекториям без скачков — серым. Рисунок наглядно демонстрирует значительную протяженность околорезонансной области хаоса.

Орбитальные резонансы в движении астероидов разделяют на *резонансы средних движений* и *вековые*. Первые представляют собой соизмеримости между средними частотами орбитального обращения астероида и планеты, вторые — соизмеримости между скоростями прецессий орбит. Помимо обычных резонансов средних движений астероида и планеты существенную роль в динамике астероидов играют *трехтельные резонансы* средних движений. В этом случае резонансная фаза представляет собой комбинацию угловых координат астероида и двух планет (например, астероида, Юпитера и Сатурна). Как для обычных, так и для трехтельных резонансов уравнение движения в типичных случаях приближенно приводится к маятниковому с периодическими возмущениями, поэтому можно аналитически оценить ляпуновские времена движения [15].

Согласно помещенным на сайте А.Милани и др.** данным об орбитах более 100 тыс. астероидов, среди численно-экспериментальным оценок ляпуновского времени астероидов главного пояса не встречаются значения менее 400 лет. Обычно неизвестно, принадлежность к какому резонансному мультиплету служит причиной хаотического поведения астероида, так как отождествить трехтельные резонансы довольно трудно. Аналитическое оценивание показателей Ляпунова представляет собой перспективный инструмент для отождествления резонансов: путем сравнения аналитического и численно-экспериментального значения можно делать выводы о правдоподобии отождествления резонанса.

Астероиды и кометы, сближающиеся с планетами, безусловно, — в числе самых хаотичных объектов Солнечной системы. Совсем недавно Дж.Вальсекки [16] убедительно показал, что история исследований хаотической динамики малых тел Солнечной системы ведет отсчет от работ о динамике кометы Лекселя, выполненных учеником Л.Эйлера А.И.Лекселем в 70-х годах XVIII в. и У.Леверье в 40—50-х годах XIX в. Работы

** http://hamilton.dm.unipi.it/cgi-bin/astdys/

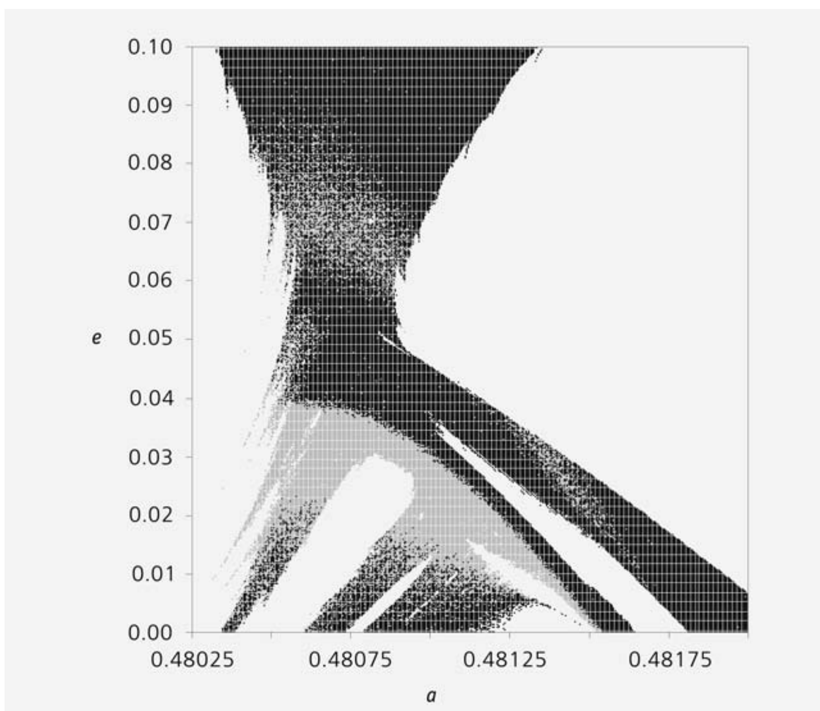


Рис.10. Область резонанса 3/1 с Юпитером в движении астероидов; a — большая полуось, e — эксцентриситет орбиты астероида.

Лекселя были опубликованы в трудах *Academia Petropolitana* — Российской академии наук. По утверждению Вальсекки, «с трудов Лекселя начинается современное понимание динамики малых тел Солнечной системы» [16]. Это современное понимание заключается в учете первостепенной роли резонансов и сближений с планетами. В небесно-механических расчетах Леверье впервые появилось понятие *существенной зависимости от начальных условий*: весьма малые модельные вариации скорости (порядка нескольких метров в секунду) кометы Лекселя в перигелии приводили к *качественным* изменениям ее орбиты.

Комета Лекселя, прошедшая в 1770 г. на беспрецедентно близком расстоянии от Земли, была, по-видимому, выброшена за пределы Солнечной системы в результате последовавшего через девять лет сближения ее с Юпитером. В истории астрономических наблюдений она стала первым выдающимся примером объекта, сближающегося с Землей. Уже по нему видно, что проблема оценки степени предсказуемости движения тел, сближающихся с планетами, имеет не только теоретическое, но и важное практическое значение. Такая оценка для относительно орбитального движения астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ), и других потенциально опасных для Земли объектов представляется одним из самых сложных аспектов проблемы астероидной опасности. Одни астероиды движутся по вполне предсказуемым орбитам, другие — нет. По словам А.Уиппла, «существование значительной популяции экстремально хаотичных АСЗ должно приниматься в расчет при оценке потенциальной опасности, которую представляют собой эти объекты. Пусть, например, ляпуновское время T_L = 20 лет. Если начальная ошибка в определении положения астероида 100 км (весьма оптимистическая оценка), эта ошибка вырастет до одного земного радиуса за 83 года, и до расстояния Земля—Луна — за 165 лет. Оценки опасности со стороны подобных объектов могут быть сделаны только для коротких интервалов времени» [17].

Ляпуновские показатели для объектов подобного рода могут быть оценены путем анализа *отображения Кеплера*. Уравнения этого отображения были выведены Б.В.Чириковым и В.В.Вечеславовым, а также независимо Т.Петроски (США) в 1986 г. в связи с явлением кометы Галлея. Модель движения состоит в предположении, что главный возмущающий эффект со стороны Юпитера сосредоточен на относительно коротком интервале времени, когда комета находится вблизи перигелия своей орбиты. Этот эффект определяется фазой сближения с Юпитером. Вывод формулы движения комет и АСЗ основан на представлении об отображении Кеплера как обобщенном сепаратрисном отображении, при этом невозмущенная параболическая орбита играет роль невозмущенной сепаратрисы [15]. Эта формула дает нижнюю границу возможных значений T_L. На настоящий момент, насколько известно, ни один из наблюдаемых объектов не нарушает этой границы.

В целом астероиды, сближающиеся с планетами (АСЗ в их числе), и кометы входят в число наиболее хаотичных объектов Солнечной системы. Ляпуновские времена этих объектов по сравнению с ляпуновскими временами большинства обычных астероидов могут быть очень малы и составлять порядка нескольких лет.

В начале 90-х годов прошлого века Б.Шовино, П.Фаринелла, Ф.Миньяр (Франция) и Д.Шиэрс (США) обнаружили, что динамика малого спутника вращающегося астероида неправильной формы может быть в высокой степени хаотичной. В 1997 г. Ж.-М.Пти с соавторами сделали, по-видимому, единственную к настоящему времени оценку ляпуновского времени возможной хаотической динамики кратного астероида: в численном эксперименте они установили, что орбитальное движение Дактиля — спутника астероида 243 Иды — может быть хаотичным с ляпуновским временем от 9 сут до 4 лет. В высокохаотичных режимах движения спутник довольно быстро падает на поверхность Иды либо улетает.

К числу двойных относится и астероид 762 Пулкова. Хотя кратных астероидов известно уже более 160 и открывают все новые и новые, по-видимому, не следует ожидать, что хаос в таких системах можно будет наблюдать часто. Системы, для которых тип динамики уже известен, как правило, регулярны и, более того, обладают двойной синхронизацией: периоды вращения обоих компонентов вокруг их центров масс равны орбитальному периоду, при этом оба компонента всегда обращены друг к другу одной и той же стороной, т.е. мы имеем дело с системами, достигшими финальной стадии приливной эволюции.

Вкратце о больших планетах

И на самом высоком уровне структурной иерархии Солнечной системы есть резонансы и хаос. Широко известны приблизительные орбитальные соизмеримости Юпитер—Сатурн (отношение средних движений ≈5/2), Сатурн—Уран (≈3/1), Уран—Нептун (≈2/1), резонанс Нептун—Плутон (3/2). В конце 80-х годов в численных экспериментах Дж.Зюссмана и Дж.Уиздома (США) и независимо Ж.Ласкара (Франция) были получены первые оценки ляпуновского времени Солнечной системы. Оказалось, что оно отнюдь не бесконечно, т.е. движение Солнечной системы не является регулярным. К тому же оно относительно невелико: на три порядка меньше возраста Солнечной системы. Согласно расчетам Зюссмана и Уиздома, ляпуновское время внешней Солнечной системы (от Юпитера до Плутона) составляет ≈10 млн лет. А для системы из всех планет, как с Плутоном, так и без него, $T_L \approx$ ≈ 5 млн лет.

На первый взгляд кажется, что основной вклад в хаос должны вносить планеты относительно малых масс — планеты земной группы и еще недавно причислявшийся к планетам Плутон. Однако если в расчетах ограничиться только четырьмя планетами-гигантами, то, как в 1992 г. установили Зюссман и Уиздом, а в 1999 г. подтвердили Н.Мюррей и М.Хольман (США), хаос остается и, более того, ляпуновское время практически не изменяется: $T_L \approx 5-7$ млн лет.

Мюррей и Хольман нашли, что источником хаоса может быть мультиплет субрезонансов, связанный с выявленным ими трехтельным резонансом Юпитер—Сатурн—Уран. Этот вывод, однако, носит предварительный характер, поскольку полного согласия аналитической модели с численным экспериментом пока нет. Если модель верна, степень хаотичности Солнечной системы носит в известном смысле произвольный характер: если бы большая полуось орбиты Урана отличалась от настоящего значения всего на величину порядка нескольких диаметров Урана, хаотичность бы резко уменьшилась, а то и вовсе практически исчезла. В будущих исследованиях, когда будет уточнено отождествление ведущего трехтельного резонанса, для аналитической оценки T_L станет возможным использовать методы, основанные на теории сепаратрисных отображений.

* * *

Идея полной предопределенности движения как больших, так и малых тел Солнечной системы была основополагающей в небесной механике вплоть до 80-х годов прошлого века, но сейчас мы знаем, что время предсказуемого движения любого тела в Солнечной системе ограничено по порядку величины значением его ляпуновского времени. Для одних тел это время велико и движение практически регулярно; для других, напротив, динамический хаос проявляется на малых временах, так что его можно непосредственно наблюдать.

Прямые астрономические наблюдения хаоса в случае его присутствия возможны при изучении вращательной динамики малых спутников планет, где ляпуновские времена достаточно малы и хаотический характер динамики проявляется на доступных для наблюдений интервалах времени. Присутствие хаоса также можно обнаружить в динамике комет, если, как в случае кометы Галлея, имеются исторические хроники о датах возвращений. Высокохаотичным, как правило, оказывается движение астероидов и комет, сближающихся с планетами. Судя по ляпуновским временам, хаос (если он есть) также может быть наблюдаемым в движении спутниковых систем и во внутренней орбитальной динамике кратных астероидов.

Хотя в динамике многих других тел Солнечной системы хаос незаметен — либо из-за слишком больших ляпуновских времен, либо по причине отдаленности от нас эпохи, когда движение было сильно хаотичным, — важно помнить, что в долговременной эволюции его роль велика и он накладывает отпечаток на современный облик и структуру Солнечной системы, например в виде люков Кирквуда в главном поясе астероидов.■

Литература

1. *Pannekoek A.A.* History of Astronomy. L., 1961.
2. *Boime A.* Van Gogh: La Nuit étoilée. L'Histoire de la Matiére et la Matiére de L'Histoire. Paris, 1990.
3. *Чириков Б.В.* Нелинейные резонансы и динамическая стохастичность // Природа. 1982. №7. С.15—25.
4. *Chirikov B.V.* // Phys. Rep. 1979. V.52. P.263—379.
5. *Чириков Б.В.* // Атомная энергия. 1959. Т.6. С.630—638.
6. *Шевченко И.И.* Резонансы и хаос в динамике тел Солнечной системы // Орлов В.В. и др. Астрономия: традиции, настоящее, будущее: Сборник обзоров. СПб., 2007. С.284—314.
7. *Шевченко И.И.* // ЖЭТФ. 2000. Т.118. С.707—719.
8. *Shevchenko I.I.* // Celest. Mech. Dyn. Astron. 1999. V.73. P.259—268.
9. *Шевченко И.И.* // Космич. исслед. 2002. Т.40. С.317—326.
10. *Shevchenko I.I.* // MNRAS. 2008. V.384. P.1211—1220.
11. *Мюррей К., Дермотт С.* Динамика Солнечной системы. М., 2009, 2010.
12. *Shevchenko I.I., Kouprianov V.V.* // Astron. Astrophys. 2002. V.394. P.663—674.
13. *Kouprianov V.V., Shevchenko I.I.* // Icarus. 2005. V.176. P.224—234.
14. *Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* // Celest. Mech. Dyn. Astron. 2008. V.101. P.31—47.
15. *Shevchenko I.I.* // Near Earth Objects, Our Celestial Neighbors: Opportunity and Risk. IAU Symp. 236 / Eds A.Milani et al. Cambridge, 2007. P.15—29.
16. *Valsecchi G.B.* // Near Earth Objects, Our Celestial Neighbors: Opportunity and Risk. IAU Symp. 236 / Eds A.Milani et al. Cambridge, 2007. P.XVII—XX.
17. *Whipple A.L.* // Icarus. 1995. V.115. P.347—353.