

УДК 521.9

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД МЕТОДОМ СФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

© 2014 г. В. В. Витязев*, А. С. Цветков**, Д. А. Трофимов***

Санкт-Петербургский государственный университет

Поступила в редакцию 21.04.2014 г.

Предложен метод кинематического анализа лучевых скоростей звезд с помощью сферических функций. Такой подход не зависит от конкретной кинематической модели и позволяет проанализировать как низкочастотные, так и высокочастотные кинематические компоненты лучевых скоростей. Принимается во внимание возможный систематический ход расстояний по координатам небесной сферы, который в свою очередь моделируется линейной комбинацией сферических функций. Получены теоретические соотношения, показывающие, как коэффициенты разложения расстояний влияют на коэффициенты разложения самих лучевых скоростей. Показано, что эффект смещения координат апекса Солнца тем больше, чем больше среднее расстояние до анализируемой выборки звезд, в то время как смещения параметра Оорта A определяются главным образом отношением коэффициента второй зональной гармоники к среднему расстоянию до звезд, т.е. степенью сжатия пространственного распределения звезд к плоскости Галактики. Проведены разложения по сферическим функциям расстояний до звезд, для которых в каталоге CRVAD-2 имеются оценки лучевой скорости, и показано, что из-за сравнительной близости звезд этого каталога от Солнца (не более 500 пк) имеющийся ход расстояний по координатам не оказывает заметного влияния ни на значения компонентов скорости движения Солнца, ни на оценки параметра Оорта A . Кроме этого показано, что, как и в случае собственных движений звезд, в лучевых скоростях звезд обнаруживается кинематическая компонента, не имеющая объяснения в рамках трехмерной модели Огородникова—Милна.

Ключевые слова: астрометрия, лучевые скорости и собственные движения звезд, параллаксы, сферические функции, звездная кинематика, Hipparcos.

DOI: 10.7868/S0320010814110072

ВВЕДЕНИЕ

Для выполнения кинематического анализа поля скоростей звезд требуется знание координат, собственных движений, параллаксов (расстояний) и лучевых скоростей звезд. Весьма полезны также сведения, касающиеся фотометрии, спектрального класса и показателя цвета звезд. В настоящее время имеются астрометрические каталоги, в которых содержится информация о положениях и собственных движениях сотен миллионов звезд: UCAC4 (Захариас и др., 2013), PRMXL (Резер и др., 2010), XPM (Федоров и др., 2009). В противовес этому число звезд с известными тригонометрическими параллаксами чуть более превышает 100 тыс. (HIPPARCOS, Перриман и др., 1997, Левен, 2007). Еще менее обильными являются каталоги лучевых скоростей OSACA (Бобылев и др.,

2006) и CRVAD-2 (Харченко и др., 2007), содержащие не более 55 тыс. звезд. Отсутствие информации о тригонометрических параллаксах звезд не является фатальным для кинематического анализа собственных движений и лучевых скоростей звезд. Во-первых, иногда можно вместо тригонометрических параллаксов использовать их аналоги — фотометрические параллаксы; во-вторых, даже при полном отсутствии сведений о параллаксах возможно частичное решение задачи, при котором вместо истинных компонентов скорости движения Солнца (при анализе собственных движений звезд) и вместо параметров поля деформации скоростей звезд (при анализе лучевых скоростей) можно определить их значения с точностью до постоянного множителя, равного среднему параллаксу или среднему расстоянию взятой в обработку группы звезд. Однако параллаксы рассматриваемой выборки звезд могут иметь систематический ход по небесной сфере. При анализе собственных движений звезд, как показано в работе Оллинга и Денена (Оллинг и др., 2003), это приводит к иска-

* Электронный адрес: vityazev@list.ru

** Электронный адрес: astsvetkov@inbox.ru

*** Электронный адрес: dm.trofimov@gmail.com

жению искомым значений параметров кинематической модели из-за эффекта смешивания гармоник (mode-mixing effects, по терминологии авторов). В указанной работе этот эффект изучен на примере упрощенной кинематической модели, в которую не были включены эффекты в плоскостях, перпендикулярных основной плоскости Галактики. Кроме того, смешивание гармоник изучалось в одномерном варианте зависимости параллаксов только от долготы. В силу этих упрощений в цитированной работе основным математическим аппаратом стало использование рядов Фурье для представления как собственных движений звезд, так и их параллаксов. Такой подход ограничил возможность учета зависимости параллаксов от долготы узкой зоной широт вблизи Галактического экватора. В работах авторов (Витязев, Цветков, 2013, 2014) указанная проблема при анализе собственных движений звезд решена в рамках трехмерной модели Огородникова–Милна с помощью сферических функций вместо рядов Фурье. Это позволило изучить эффект смешивания гармоник не только по долготе, но и по широте.

Насколько известно, аналогичная задача при анализе лучевых скоростей еще не ставилась. По этой причине настоящая работа посвящена исследованию влияния систематического хода расстояний по небесной сфере на определение коэффициентов разложения лучевых скоростей звезд по сферическим функциям. Этот подход позволяет определить как параметры стандартной кинематической модели Огородникова–Милна, так и старшие гармоники, не входящие в стандартную модель. С этой целью выведены формулы, показывающие как коэффициенты представления расстояний по сферическим функциям сказываются на определении коэффициентов разложения по сферическим функциям самих лучевых скоростей и параметров модели Огородникова–Милна. Найдены условия, при которых систематический ход расстояний по небесной сфере оказывает существенное влияние на определение координат апекса Солнца и на определение параметра Орота $A = M_{12}^+$. Проведено сравнение полученных теоретических результатов с данными кинематического анализа лучевых скоростей каталога CRVAD-2 (Харченко и др., 2007), в котором содержатся также экваториальные координаты J2000, собственные движения и тригонометрические параллаксы в системе каталога HIPPARCOS, фотометрия в полосах B и V в системе Джонсона и спектральные классы звезд.

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ОГОРОДНИКОВА–МИЛНА

При анализе поля скоростей звезд часто используют уравнения модели Огородникова–Милна

(Огородников, 1965; Дю Монт, 1977). В этой модели поле скоростей звезд представляется линейным выражением

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{M}^+ \mathbf{r}, \quad (1)$$

где \mathbf{V} — скорость звезды, \mathbf{V}_0 — влияние поступательного движения Солнца, $\boldsymbol{\Omega}$ — угловая скорость твердотельного вращения звездной системы, \mathbf{M}^+ — симметричный тензор деформации поля скоростей. Модель Огородникова–Милна содержит 12 параметров:

U, V, W — компоненты вектора скорости поступательного движения Солнца \mathbf{V}_0 относительно звезд;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — компоненты вектора твердотельного вращения $\boldsymbol{\Omega}$;

$M_{11}^+, M_{22}^+, M_{33}^+$ — параметры тензора \mathbf{M}^+ , описывающие сжатие–растяжение поля скоростей вдоль главных галактических осей;

$M_{12}^+, M_{13}^+, M_{23}^+$ — параметры тензора \mathbf{M}^+ , описывающие деформацию поля скоростей в основной и двух перпендикулярных к ней плоскостях.

Спроецировав уравнение (1) на орты галактической системы координат и введя множитель $K = 4.74$ для перевода размерности собственных движений звезд мсд/год в км/секпк⁻¹, получим

$$K\mu_l \cos b = U/r \sin l - V/r \cos l - \quad (2)$$

$$- \omega_1 \sin b \cos l - \omega_2 \sin b \sin l + \omega_3 \cos b -$$

$$- M_{13}^+ \sin b \sin l + M_{23}^+ \sin b \cos l -$$

$$+ M_{12}^+ \cos b \cos 2l - \frac{1}{2} M_{11}^* \cos b \sin 2l,$$

$$K\mu_b = U/r \cos l \sin b + V/r \sin l \sin b - \quad (3)$$

$$- W/r \cos b + \omega_1 \sin l - \omega_2 \cos l -$$

$$- \frac{1}{2} M_{12}^+ \sin 2b \sin 2l + M_{13}^+ \cos 2b \cos l +$$

$$+ M_{23}^+ \cos 2b \sin l -$$

$$- \frac{1}{4} M_{11}^* \sin 2b \cos 2l + \frac{1}{2} X \sin 2b,$$

$$V_r = -U \cos l \cos b - V \sin l \cos b - \quad (4)$$

$$- W \sin b + r(M_{13}^+ \sin 2b \cos l +$$

$$+ M_{23}^+ \sin 2b \sin l + M_{12}^+ \cos^2 b \sin 2l +$$

$$+ M_{11}^+ \cos^2 b \cos^2 l + M_{22}^+ \cos^2 b \sin^2 l + M_{33}^+ \sin^2 b).$$

В приведенных формулах

$$M_{11}^* = M_{11}^+ - M_{22}^+, \quad (5)$$

$$X = M_{33}^+ - \frac{1}{2}(M_{11}^+ + M_{22}^+).$$

СКАЛЯРНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Сферические функции широко используются в различных областях математики и физики, их определение можно найти во многих источниках, например в книге (Арфкен, 1970). В настоящей работе для сферических функций будем использовать следующее представление:

$$K_{nkp}(l, b) = \tag{6}$$

$$= R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k = 0, \quad p = 1; \\ P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, \quad p = 0; \\ P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases}$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0; \\ 1, & k = 0. \end{cases} \tag{7}$$

В формуле (6) через l и b обозначены соответственно долгота и широта точки на сфере ($0 \leq l \leq 2\pi$; $-\pi/2 \leq b \leq \pi/2$); через $P_{nk}(b)$ – полиномы Лежандра (при $k = 0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k > 0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$P_{nk}(b) = \sin b \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(b) - \tag{8}$$

$$- \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b), \quad \begin{matrix} k=0,1,\dots \\ n=k+1,k+2,\dots \end{matrix}$$

$$P_{kk}(b) = \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k b,$$

$$P_{k+1,k}(b) = \frac{(2k+2)!}{2^{k+1}(k+1)!} \cos^k b \sin b.$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций \mathbf{V}_{nkp} одним индексом j :

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \tag{9}$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint_{\Omega} (K_i K_j) d\omega = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j. \end{cases} \tag{10}$$

Другими словами, множество функций K_{nkp} образуют на сфере ортонормированную систему функций.

АНАЛИЗ ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ РАССТОЯНИЯХ ДО ЗВЕЗД

Строго говоря, для проведения кинематического анализа звезд необходимо знать их параллаксы или расстояния. В тех случаях, когда расстояния

Таблица 1. Значения коэффициентов разложения модельных лучевых скоростей (4) по сферическим функциям при $r = \hat{r}$

Коэффициент	Значение
v_{001}	$1.18\hat{r}(M_{11}^+ + M_{22}^+ + M_{33}^+)$
v_{101}	$-2.05W$
v_{110}	$-2.05V$
v_{111}	$-2.05U$
v_{201}	$-0.53\hat{r}(M_{11}^+ + M_{22}^+ - 2M_{33}^+)$
v_{210}	$1.83M_{23}^+\hat{r}$
v_{211}	$1.83M_{13}^+\hat{r}$
v_{220}	$1.83M_{12}^+\hat{r}$
v_{221}	$0.92\hat{r}(M_{11}^+ - M_{22}^+)$

неизвестны (это скорее правило, чем исключение) приходится в уравнении (4) полагать, что все звезды находятся от нас на одинаковом расстоянии, которое обозначим через \hat{r} . В этом случае из уравнения (4) сможем определить не сами параметры M_{pq}^+ , а величины $\hat{r}M_{pq}^+$, $p, q = 1, 2, 3$. Используя выражение

$$v_{nkp} = \iint_{\Omega} (V_r K_{nkp}) d\omega = \tag{11}$$

$$= \int_0^{2\pi} dl \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} V_r(l, b) K_{nkp}(l, b) \cos b db,$$

мы вычислили коэффициенты разложения правой части уравнения (4) по системе сферических функций при $r = \hat{r}$. Результаты вычислений представлены в табл. 1.

Для решения обратной задачи, то есть для определения значений параметров модели Огородникова–Милна через коэффициенты разложения лучевых скоростей звезд по векторным сферическим функциям, можно воспользоваться формулами, приведенными в табл. 2.

СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ ХОД РАССТОЯНИЙ ПО КООРДИНАТАМ ПО ДАННЫМ КАТАЛОГА CRVAD-2

Для оценки степени искажений, вносимых в результаты кинематического анализа лучевых скоростей звезд зависимостью хода расстояний звезд по координатам, воспользуемся данными каталога CRVAD-2 (Харченко и др., 2007), в котором содержатся лучевые скорости и высокоточная астрометрия для 54 907 звезд. Для данного анализа можно

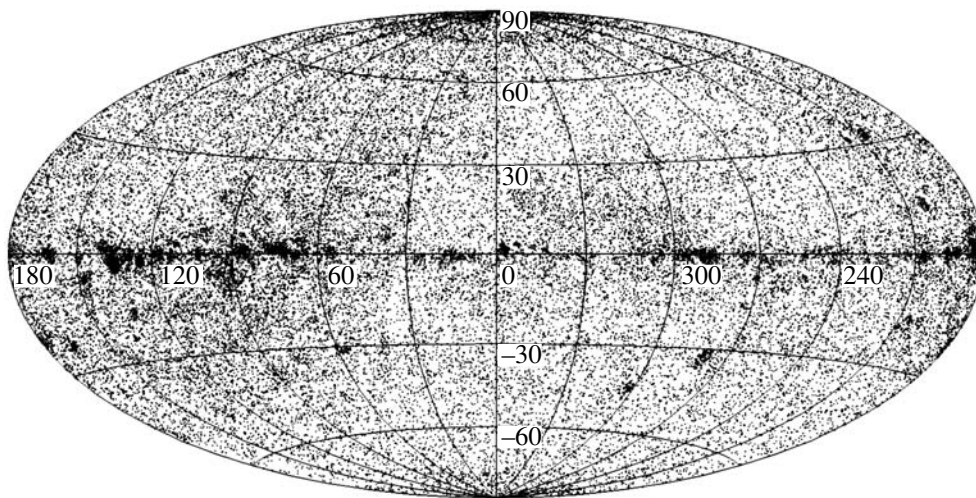


Рис. 1. Распределение 45 803 звезд каталога CRVAD-2 по небесной сфере в галактической системе координат.

использовать только 48 784 звезды, так как у 2188 звезд отсутствуют оценки параллаксов, а у 3935 звезд параллаксы имеют отрицательные значения. Поскольку среди 48 784 звезд имеется около 3 тыс. звезд с расстояниями >500 пк, мы ограничились выборкой 45 803 звезд, расположенной в интервале расстояний от 90 до 450 пк со средним расстоянием $\hat{r} = 194$ пк. На рис. 1 показано распределение этих звезд по небесной сфере в галактической системе координат. Флуктуации плотности звезд наблюдаются как по широте, так и по долготе.

Очевидно, что неравномерность распределения звезд по небесной сфере может вызвать систематический ход по координатам расстояний до звезд. Чтобы показать это, представим зависимость расстояний до звезд от галактических координат с

Таблица 2. Связи параметров модели Огородникова–Милна с коэффициентами разложения лучевых скоростей звезд по векторным сферическим функциям

Параметр	Расчетная формула
W	$-0.488v_{101}$
V	$-0.488v_{110}$
U	$-0.488v_{111}$
$M_{11}^+ \hat{r}$	$0.282v_{001} - 0.314v_{201} + 0.543v_{221}$
$M_{22}^+ \hat{r}$	$0.282v_{001} - 0.314v_{201} - 0.543v_{221}$
$M_{33}^+ \hat{r}$	$0.282v_{001} + 0.629v_{201}$
$M_{23}^+ \hat{r}$	$0.546v_{210}$
$M_{13}^+ \hat{r}$	$0.546v_{211}$
$M_{12}^+ \hat{r}$	$0.546v_{220}$

помощью разложения по сферическим функциям:

$$r(l, b) = \sum_{nkp} r_{nkp} K_{nkp}(l, b). \quad (12)$$

В дальнейшем будем считать средним расстоянием до звезд величину

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{\Omega} r(l, b) d\omega = \\ &= K_{001} r_{001} = 0.282r_{001}. \end{aligned} \quad (13)$$

Вычислим коэффициенты r_{nkp} для взятой выборки звезд. Полученные результаты показаны в табл. 3, где жирным шрифтом выделены статистически значимые (по критерию “три сигма”) коэффициенты. На рис. 2 представлены изолинии отклонений от среднего значения расстояний до звезд в галактической системе координат, причем при построении изолиний приняты во внимание только статистически значимые гармоники. В дополнение к этому на рис. 3 и 4 показаны эти же данные, полученные соответственно по четным и нечетным коэффициентам r_{nkp} (четность коэффициента определяется четностью индекса n). Рисунки 2 и 3 демонстрируют следующие характерные детали распределения расстояния до звезд по координатам. Во-первых, увеличение расстояний по мере движения от полюсов по широте. Этот эффект легко объясняется конечной толщиной Галактического диска, в результате чего, несмотря на межзвездное поглощение, видны на низких широтах более далекие звезды, чем в высоких широтах. В разложении (12) это обстоятельство определяется зональной частью разложения, т.е. гармониками, не зависящими от долготы (K_{001} , K_{201} , K_{401} , ...). Во-вторых, в разложении расстояний до звезд по

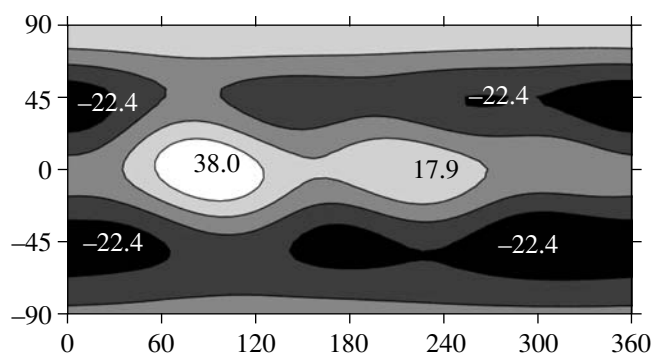


Рис. 2. Изолинии отклонений от среднего значения расстояний до 45 803 звезд каталога CRVAD-2 по небесной сфере в галактической системе координат (%). По горизонтальной оси — галактическая долгота, по вертикальной — широта в градусах.

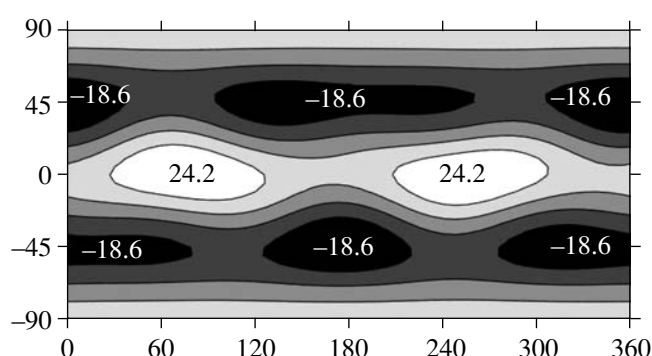


Рис. 3. Изолинии отклонений от среднего значения расстояний до 45 803 звезд каталога CRVAD-2 по небесной сфере в галактической системе координат (%). По горизонтальной оси — галактическая долгота, по вертикальной — широта в градусах. Приняты во внимание только четные коэффициенты $r_{нкp}$.

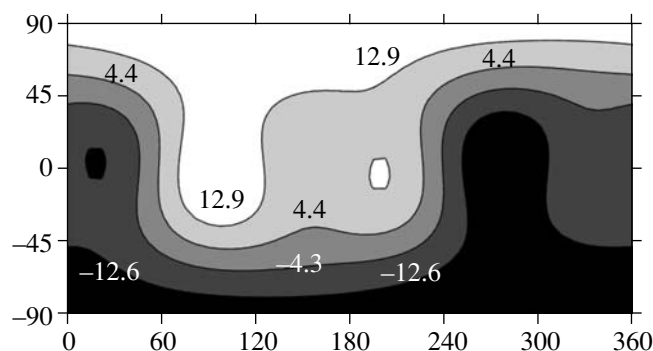


Рис. 4. Изолинии отклонений от среднего значения расстояний до 45 803 звезд каталога CRVAD-2 по небесной сфере в галактической системе координат (%). По горизонтальной оси — галактическая долгота, по вертикальной — широта в градусах. Приняты во внимание только нечетные коэффициенты $r_{нкp}$.

четным гармоникам наблюдается двойная волна по долготе, так как четко виден систематический ход расстояний, при этом в области низких широт звезды с наибольшими расстояниями группируются на значениях долгот $l = 90^\circ$ и 270° (положительное и отрицательное направления оси Y , т.е. в направлении вращения Галактики и в обратном направ-

лении). С одной стороны разложение по нечетным гармоникам показывает асимметрию распределения расстояний по широте (влияние гармоник K_{101} , K_{301}), а с другой — в области низких широт звезды с наибольшими расстояниями группируются на значениях долгот $l = 90^\circ$, а звезды с наименьши-

Таблица 3. Значения коэффициентов разложения расстояний 45 803 звезд каталога CRVAD-2 по сферическим функциям (формула (12)). Единицы измерения μ

j	n	k	p	r_{nkp}	$\sigma_{r_{nkp}}$
0	0	0	1	687.986	6.417
1	1	0	1	36.036	6.401
2	1	1	0	46.382	6.425
3	1	1	1	-40.003	6.425
4	2	0	1	-69.572	6.362
5	2	1	0	8.524	6.439
6	2	1	1	-9.101	6.441
7	2	2	0	19.494	6.435
8	2	2	1	-40.349	6.408
9	3	0	1	19.590	6.356
10	3	1	0	10.740	6.417
11	3	1	1	-2.981	6.424
12	3	2	0	7.376	6.445
13	3	2	1	17.309	6.440
14	3	3	0	-29.596	6.414
15	3	3	1	3.200	6.421
16	4	0	1	91.779	6.292
17	4	1	0	3.980	6.456
18	4	1	1	4.301	6.464
19	4	2	0	-7.206	6.417
20	4	2	1	12.124	6.404
21	4	3	0	-5.976	6.429
22	4	3	1	-21.231	6.466
23	4	4	0	17.933	6.458
24	4	4	1	-17.217	6.371

ми удалениями — вблизи долготы $l = 270^\circ$ (влияние гармоник K_{110} , K_{111} , K_{330}).

АНАЛИЗ ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД ПРИ УЧЕТЕ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ХОДА РАССТОЯНИЙ ДО ЗВЕЗД ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

Результатами, представленными в табл. 1 и 2, можно пользоваться в тех случаях, когда звезды находятся в пределах сравнительно узких сферических оболочек и отклоняются от среднего расстояния случайным образом. Однако, как показано

в предыдущем разделе, расстояния до звезд могут иметь систематический ход по небесной сфере, и это надо учитывать при выполнении кинематического анализа лучевых скоростей звезд. Проведем разложение уравнения (4), в котором расстояния имеют систематический ход по координатам сферы. Для этого сделаем вычисления по формуле (14) при учете систематического хода расстояний, задаваемого разложением (12). Полученные результаты показаны в табл. 4 и 5. В этих таблицах принято во внимание соотношение $r_{001} = 3.545\hat{r}$, следующее из (13).

Из табл. 4 и 5 видно, что теоретически все параметры модели Огородникова—Милна отягощены эффектами систематического хода расстояний по небесной сфере. Прежде всего отметим, что нечетные по индексу n коэффициенты r_{nkp} оказывают влияние только на определение компонентов скорости движения Солнца. Соответственно это позволяет вычислить координаты апекса движения Солнца. Примем для компонентов скорости Солнца (U , V , W) значения (10, 15, 7) км/с. Этим значениям соответствуют следующие координаты долготы и широты апекса: $L = 62^\circ 241$, $B = 18^\circ 057$. Оценим изменение этих координат, обусловленное влиянием нечетных коэффициентов r_{110} , r_{111} , r_{320} разложения расстояний по сферическим функциям. Для этого составим модельный каталог лучевых скоростей, используя уравнение (4), взяв в нем указанные значения компонентов скорости движения Солнца и $M_{12}^+ = 15$. Все остальные параметры примем равными нулю. Вычисленные значения лучевых скоростей отнесем к центрам l_t , b_t , $t = 1, \dots, 432$ сферических трапеций, полученных делением галактического экватора и круга широт соответственно на 24 и 18 частей. Определим коэффициенты v_{nkp} , решая методом наименьших квадратов уравнения

$$V_r(l_t, b_t) = \sum_{nkp} v_{nkp} K_{nkp}(l_t, b_t), \quad (14)$$

$$t = 1, \dots, 432,$$

придавая каждому уравнению вес $\cos b_t$ для компенсации сгущения центров наших трапеций к полюсам. Затем с помощью формул из табл. 2 определим представляющие интерес значения параметров модели Огородникова—Милна. Результаты этих вычислений показаны в табл. 6. Будем считать, что шумовая компонента генерируется не столько случайной ошибкой определения лучевых скоростей (по данным каталога CRVAD-2 приблизительно 2 км/с), сколько “космической дисперсией”, т.е. рассеянием остаточных скоростей. При этом под остаточной скоростью мы понимаем разность между наблюдаемой и модельной скоростью звезды, задаваемой уравнением (4). Обработка

Таблица 4. Значения коэффициентов разложения лучевых скоростей звезд по сферическим функциям при учете формулы (12)

Коэффициенты разложения лучевых скоростей	Зависимость коэффициентов v_{nkp} от коэффициентов разложения расстояний r по формуле (12)
v_{001}	$+M_{13}^+(0.52r_{211} + \dots)$ $+M_{23}^+(0.52r_{210} + \dots)$ $+M_{12}^+(0.52r_{220} + \dots)$ $+M_{11}^+(0.33r_{001} - 0.15r_{201} + 0.26r_{221} + \dots)$ $+M_{22}^+(0.33r_{001} - 0.15r_{201} - 0.26r_{221} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.33r_{001} + 0.30r_{201} + \dots)$
v_{101}	$+M_{13}^+(0.40r_{111} + 0.43r_{311} + \dots)$ $+M_{23}^+(0.40r_{110} + 0.43r_{310} + \dots)$ $+M_{12}^+(0.34r_{320} + \dots)$ $+M_{11}^+(0.20r_{101} - 0.13r_{301} + 0.17r_{321} + \dots)$ $+M_{22}^+(0.20r_{101} - 0.13r_{301} - 0.17r_{321} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.60r_{101} + 0.26r_{301} + \dots)$
v_{110}	$+M_{13}^+(0.34r_{320} + \dots)$ $+M_{23}^+(0.40r_{101} - 0.26r_{310} - 0.34r_{321} + \dots)$ $+M_{12}^+(0.40r_{111} - 0.11r_{311} - 0.41r_{331} + \dots)$ $+M_{11}^+(0.20r_{110} - 0.05r_{310} + 0.21r_{330} + \dots)$ $+M_{22}^+(0.60r_{110} - 0.16r_{310} - 0.21r_{330} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.20r_{110} + 0.21r_{310} + \dots)$
v_{111}	$+M_{13}^+(0.40r_{101} - 0.26r_{301} + 0.34r_{321} + \dots)$ $+M_{23}^+(0.34r_{320} + \dots)$ $+M_{12}^+(0.40r_{110} - 0.11r_{310} + 0.41r_{330} + \dots)$ $+M_{11}^+(0.60r_{111} - 0.16r_{311} + 0.21r_{331} + \dots)$ $+M_{22}^+(0.20r_{111} - 0.05r_{311} - 0.21r_{331} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.20r_{111} + 0.21r_{311} + \dots)$

различных выборок звезд из каталога CRVAD-2 показала, что среднеквадратичное значение остаточной компоненты лучевых скоростей находится в пределах $\sigma_0 = 30-40$ км/с. Можно показать, что если в среднем на каждую из взятых 432 сферических трапеций приходится 100 звезд, то среднеквадратичная ошибка разностей ΔL и ΔB достигает значения 0.5 градуса. В этой связи, как видно из табл. 6, значимый эффект смещения координат апекса Солнца оказывается тем больше, чем больше среднее расстояние до анализируемой выборки звезд и чем больше диапазон расстояний, в котором находятся звезды. Для близких звезд этот

эффект мал и тонет в шумах, что и наблюдается для выборки 45 803 звезд каталога CRVAD-2.

В отличие от “солнечных” членов в уравнении (4) из табл. 4 и 5 видно, что на элементы тензоров деформации оказывают влияние лишь коэффициенты r_{nkp} , соответствующие четным значениям индекса n . В тех случаях, когда расстояния неизвестны, можно получить эти компоненты с точностью до множителя, равного среднему расстоянию взятой выборки звезд. Оценим искажения, которые оказывает коэффициент r_{201} на значение параметра Оорта $A = M_{12}^+$. Для этого вновь составим модельный каталог лучевых скоростей, используя уравнение (4), с параметрами $U = 10$,

Таблица 5. Значения коэффициентов разложения лучевых скоростей звезд по сферическим функциям при учете формулы (12)

Коэффициенты разложения лучевых скоростей	Зависимость коэффициентов v_{nkp} от коэффициентов разложения расстояний r по формуле (12)
v_{201}	$+M_{13}^+(0.16r_{211} + 0.40r_{411} + \dots)$ $+M_{23}^+(0.16r_{210} + 0.40r_{410} + \dots)$ $+M_{12}^+(-0.33r_{220} + 0.29r_{420} + \dots)$ $+M_{11}^+(-0.15r_{001} + 0.24r_{201} - 0.17r_{221}$ $-0.13 \cdot r_{401} + 0.14r_{421} + \dots)$ $+M_{22}^+(-0.15r_{001} + 0.24r_{201} + 0.17r_{221}$ $-0.13r_{401} - 0.14r_{421} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.30r_{001} + 0.52r_{201} + 0.26r_{401} + \dots)$
v_{210}	$+M_{13}^+(0.29r_{220} + 0.33r_{420} + \dots)$ $+M_{23}^+(0.52r_{001} + 0.17r_{201} - 0.29r_{221}$ $-0.30r_{401} - 0.33r_{421} + \dots)$ $+M_{12}^+(0.29r_{221} - 0.12r_{411} - 0.31r_{431} + \dots)$ $+M_{11}^+(0.14r_{210} - 0.06r_{410} + 0.15r_{430} + \dots)$ $+M_{22}^+(0.43r_{210} - 0.18r_{410} - 0.15r_{430} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.43r_{210} + 0.23r_{410} + \dots)$
v_{211}	$+M_{13}^+(0.52r_{001} + 0.17r_{201}$ $+0.29r_{221} - 0.30r_{401} + 0.33r_{421} + \dots)$ $+M_{23}^+(0.29r_{220} + 0.33r_{420} + \dots)$ $+M_{12}^+(0.29r_{210} - 0.12r_{410} + 0.31r_{430} + \dots)$ $+M_{11}^+(0.43r_{211} - 0.18r_{411} + 0.15r_{431} + \dots)$ $+M_{22}^+(0.14r_{211} - 0.06r_{411} - 0.15r_{431} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.43r_{211} + 0.23r_{411} + \dots)$
v_{220}	$+M_{13}^+(0.29r_{210} - 0.12r_{410} + 0.31r_{430} + \dots)$ $+M_{23}^+(0.29r_{211} - 0.12r_{411} - 0.31r_{431} + \dots)$ $+M_{12}^+(0.52r_{001} - 0.33r_{201} + 0.07r_{401}$ $-0.44r_{441} + \dots)$ $+M_{11}^+(0.43r_{220} - 0.08r_{420} + 0.22r_{440} + \dots)$ $+M_{22}^+(0.43r_{220} - 0.08r_{420} - 0.22r_{440} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.14r_{220} + 0.17r_{420} + \dots)$
v_{221}	$+M_{13}^+(0.29r_{211} - 0.12r_{411} + 0.31r_{431} + \dots)$ $+M_{23}^+(-0.29r_{210} + 0.12r_{410} + 0.31r_{430} + \dots)$ $+M_{12}^+(0.44r_{440} + \dots)$ $+M_{11}^+(0.26r_{001} - 0.17r_{201} + 0.43r_{221}$ $+0.04r_{401} - 0.08r_{421} + 0.22r_{441} + \dots)$ $+M_{22}^+(-0.26r_{001} + 0.17r_{201} + 0.43r_{221}$ $-0.04r_{401} - 0.08r_{421} - 0.22r_{441} + \dots)$ $+M_{33}^+(0.14r_{221} + 0.17r_{421} + \dots)$

Таблица 6. Влияние коэффициентов r_{001} , r_{110} , r_{111} и r_{320} на определение координат апекса движения Солнца. Последняя строка соответствует выборке 45 803 звезд, в которой для распределения звезд в пространстве учтены только коэффициенты r_{001} , r_{110} , r_{111} и r_{320} из табл. 3. Размерность пк (столбцы 1–8), град. (столбцы 9 и 10)

r_{001}	r_{110}	r_{111}	r_{320}	r_{\min}	\hat{r}	r_{\max}	$r_{\max} - r_{\min}$	ΔL	ΔB
1000	200	-200	200	061	282	503	442	2.1	-1.4
1000	200	-200	300	007	282	557	550	2.1	-2.0
2000	200	-200	100	393	564	737	344	2.1	-0.8
2000	300	-300	300	232	564	896	664	3.1	-2.1
2000	500	-500	500	011	564	1188	1177	5.1	-3.5
688	46	-40	0	164	194	223	59	0.5	0.0

Таблица 7. Влияние коэффициентов r_{001} и r_{201} на смещение значения параметра Оорта $\Delta = M_{21}^+ - 15$ км/с. Последняя строка соответствует выборке 45 803 звезд. Размерность пк (столбцы 1–6), км/с/кпк (столбец 7)

r_{001}	r_{201}	r_{\min}	\hat{r}	r_{\max}	$r_{\max} - r_{\min}$	Δ
1000	300	188	282	469	281	-2.8
1000	500	126	282	594	468	-4.7
2000	500	408	564	876	468	-2.5
2000	1000	252	564	1188	936	-4.7
688	-69.6	151	194	216	65	0.97

$V = 15$, $W = 7$ км/с и $M_{12}^+ = 15$ км/с/кпк. Все остальные параметры считаем нулевыми. Результаты вычислений при отсутствии шумовой компоненты показаны в табл. 7. Если в расчетные значения лучевых скоростей, как и прежде, внести шумовую компоненту, имитирующую “космическую дисперсию” с параметрами, использованными для получения результатов табл. 6, то можно получить, что среднеквадратичная ошибка определения смещения ΔM_{12}^+ при изменении r_{001} от 1000 до 2000 пк

Таблица 8. Значения внемодельного коэффициента v_{310} . Параметры выборок из каталога CRVAD-2: N — число звезд, r_{\min} — наименьшее расстояние до звезд выборки (пк), \hat{r} — среднее расстояние до звезд выборки (пк), r_{\max} — наибольшее расстояние до звезд выборки (пк); v_{310} — значение внемодельной гармоник, полученное по реальным лучевым скоростям (км/с)

Выборка	N	r_{\min}	\hat{r}	r_{\max}	v_{310}
I	45803	90	194	450	-3.8 ± 0.6
II	26573	148	241	509	-5.0 ± 0.8
III	12043	214	318	559	-9.4 ± 1.8
IV	3080	302	344	400	-11.0 ± 3.8

уменьшается от 1.2 до 0.6 км/с/кпк. Анализируя табл. 4, можно считать, что смещения параметра Оорта $A = M_{12}^+$ определяются главным образом значениями зональных коэффициентов r_{001} и r_{201} , т.е. диапазоном расстояний и степенью сжатия пространственного распределения звезд к плоскости Галактики. Можно показать, что оценка относительной погрешности определения параметра Оорта $A = M_{12}^+$ задается формулой

$$\frac{M_{12}^+ - (M_{12}^+)_0}{(M_{12}^+)_0} = -0.64 \frac{r_{201}}{r_{001}}. \quad (15)$$

Отсюда видно, что значительные (на уровне 20–30%) смещения параметра Оорта можно ожидать при наличии сильного сжатия системы звезд к плоскости Галактики, соответствующего значениям r_{201}/r_{001} на уровне 0.3–0.5. Это обстоятельство поясняет, почему для выборки 45 803 звезд это смещение оказалось незначимым ($r_{201}/r_{001} = -0.1$).

ВНЕМОДЕЛЬНЫЕ ГАРМОНИКИ

Выше было сказано, что коэффициенты разложения лучевых скоростей до $n \leq 2$ определяют параметры, входящие в уравнение (4). Это обстоятельство позволяет разделить коэффициенты

разложения лучевых скоростей на два множества. Первое уместно назвать “модельные коэффициенты”, так как они позволяют определить параметры модели Огородникова–Милна (4). Второе — “внемодельные коэффициенты”, которые соответствуют кинематическим эффектам, не входящим в стандартную модель. Примеры получения этих двух видов коэффициентов приведены в работе (Витязев, Цветков, 2009). Важным результатом, полученным в этой работе, является то, что среди коэффициентов старших гармоник разложения лучевых скоростей всегда значимым оказывается коэффициент v_{310} . Эти значения получены по каталогу лучевых скоростей OSACA (Бобылев и др., 2006). При этом разложению подвергались не сами лучевые скорости, а отношения V_r/r . Для подтверждения этих результатов нами сделано несколько выборок из каталога CRVAD-2 и проведены для них разложения по сферическим функциям самих лучевых скоростей. Среди немодельных коэффициентов при $n > 2$ значимым по-прежнему оказался только коэффициент v_{310} . Полученные значения этого коэффициента, а также параметры выборок звезд приведены в табл. 8, из которой видно возрастание абсолютной величины коэффициента v_{310} с увеличением среднего расстояния до звезд. Следует отметить, что аналогичная картина получена и по каталогу OSACA: $v_{310} = -5.5 \pm 2.2$ для среднего расстояния 0.243 кпк и $v_{310} = -14.5 \pm 4.7$ км/с для среднего расстояния 0.348 кпк, что находится в хорошем согласии с результатами, показанными в табл. 8. Причина существования в лучевых скоростях этой гармонике требует дальнейшего изучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной целью настоящей работы является построение метода анализа лучевых скоростей с помощью сферических функций. Такой подход не зависит от конкретной кинематической модели и позволяет проанализировать как низкочастотные, так и высокочастотные кинематические компоненты лучевых скоростей. Рассмотрены два случая. В первом считается, что изучаемая выборка звезд находится от Солнца приблизительно на одном и том же расстоянии, во втором принимается во внимание возможный систематический ход расстояний по координатам небесной сферы, который, в свою очередь, также моделируется линейной комбинацией сферических функций. Получены теоретические соотношения, показывающие, как коэффициенты разложения расстояний влияют на коэффициенты разложения самих лучевых скоростей. Установлено, что нечетные по индексу n коэффициенты r_{nkp} оказывают влияние только на определение компонентов скорости движения Солнца и на

вычисление координат апекса движения Солнца. Показано, что эффект смещения координат апекса Солнца тем больше, чем больше среднее расстояние до анализируемой выборки звезд. Показано, что коэффициенты r_{nkp} , с четным значениям индекса n , оказывают влияние только на элементы тензоров деформации, при этом смещения параметра Оорта $A = M_{12}^+$ определяются главным образом значениями коэффициентов r_{001} и r_{201} , т.е. диапазоном расстояний до звезд и степенью сжатия их пространственного распределения к плоскости Галактики. Следует сравнить эти результаты с кинематическим анализом собственных движений звезд. В работах (Витязев, Цветков, 2013, 2014) изучалось влияние систематического хода параллаксов звезд по координатам на определение параметров поля скоростей по собственным движениям звезд. Как и для анализа лучевых скоростей, для анализа собственных движений звезд использован тот же самый подход — представление их годовых параллаксов с помощью линейной комбинации сферических функций. В обоих случаях получены формулы, показывающие, как коэффициенты соответствующих разложений искажают значения параметров кинематической модели Огородникова–Милна. Эти формулы говорят о том, что все параметры модели Огородникова–Милна подвержены влиянию систематического хода расстояний (параллаксов) по координатам, однако степень этого влияния различна для близких и далеких звезд. Действительно, как это видно из формул (2)–(4), влияние систематического хода расстояний на значение собственных движений уменьшается при переходе от близких звезд к далеким, в то время как для лучевых скоростей имеет место обратный эффект. С этой точки зрения при анализе собственных движений для устранения влияния систематического хода по небу параллаксов звезд желательно брать в обработку далекие звезды ($r > 1$ кпк), а при анализе лучевых скоростей, наоборот, — близкие звезды ($r < 1$ кпк).

Отметим также, что, как и в случае собственных движений звезд, в лучевых скоростях обнаруживается кинематическая компонента, не имеющая объяснения в рамках трехмерной модели Огородникова–Милна. Впервые этот эффект обнаружен нами при анализе лучевых скоростей каталога OSACA (Витязев, Цветков, 2009), в настоящей работе он подтвержден при обработке различных выборок звезд из каталога лучевых скоростей CRVAD-2.

Работа выполнена при поддержке гранта СПбГУ 6.0.161.2010.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арфкен Г., *Математические методы в физике* (М.: Атомиздат, 1970), с. 493.

2. Бобылев В.В., Гончаров Г.А., Байкова А.Т., Астрон. журн. **83**, 821 (2006) [V. V. Bobylev *et al.*, Astron. Rep. **50**, 733 (2006)].
3. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **35**, 114 (2009) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, Astron. Lett. **35**, 100 (2009)].
4. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **38**, 467 (2012) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, Astron. Lett. **38**, 411 (2012)].
5. Витязев В.В., Цветков А.С., Вестн. СПбГУ Сер. 1. Вып. 2, 138 (2013).
6. Витязев В.В., Цветков А.С. (V.V. Vityazev and A.S. Tsvetkov), Astron. Nachr. **334**, No. 8 (2013).
7. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **40**, 49 (2014) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, Astron. Lett. **40**, 46 (2014)].
8. Захариас и др. (N. Zacharias, C.T. Finch, T.M. Girard, A. Henden, J.L. Bartlett, D.G. Monet, and M.I. Zacharias), Astron. J. **145**, 44 (2013).
9. Левен (F. van Leeuwen), Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data, Space Science Library **350** (Berlin: Springer, 2007).
10. Миямото и др. (M. Miyamoto, M. Soma, and M. Yokoshima), Astron. J. **105**, 2138 (1993).
11. Дю Монт (B.A. du Mont), Astron. Astrophys. **61**, 127 (1977).
12. Огородников К.Ф., *Динамика звездных систем* (М.: Физматгиз, 1965).
13. Оллинг и др. (R.P. Olling and W. Dehnen), Astrophys. J. **599**, 275 (2003).
14. Перриман и др. (Perriman *et al.*). The HIPPARCOS and TYCHO Catalogues, **1-17**, ESA SP-1200, (1997).
15. Резер и др. (S. Roeser, M. Demleitner, and E. Schilbach), Astron. J. **139**, 2440 (2010).
16. Федоров и др. (P.N. Fedorov, A.A. Myznikov, and V.S. Akhmetov), MNRAS **393**, 133 (2009).
17. Харченко и др. (N.V. Kharchenko, R.-D. Scholz, A.E. Piskunov, S. Röser, and E. Schilbach), Astron. Nachr. **328**, 889 (2007).