

УДК 524.6-327,524.6-34

ИСКАЖЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД СИСТЕМАТИЧЕСКИМ ХОДОМ ПАРАЛЛАКСОВ ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

© 2014 г. В. В. Витязев*, А. С. Цветков**

Санкт-Петербургский государственный университет

Поступила в редакцию 11.07.2013 г.

Изучается влияние систематического хода параллакс звезд по небесной сфере на результаты кинематического анализа собственных движений звезд. Подход основан на представлении параллакс звезд с помощью скалярных сферических функций и на разложении собственных движений звезд по системе векторных сферических функций. Получены теоретические соотношения, связывающие значения коэффициентов разложения собственных движений звезд по тороидальным и сфероидальным функциям с коэффициентами представления параллакс звезд по скалярным сферическим функциям. Установлено, что систематический ход параллакс звезд по небесной сфере искажает все параметры линейной модели Огородникова–Милна, а также может являться причиной появления внемоделных гармоник. Проведен кинематический анализ собственных движений бело-голубых и красных гигантов по данным каталога HIPPARCOS. Параллаксы бело-голубых гигантов показывают сильную зависимость от галактической широты (с преимущественным сжатием вдоль галактического экватора). В противоположность этому, у красных гигантов отклонения параллакс от среднего значения локализованы только в двух областях небесной сферы. Для этих выборок влияние хода параллакс по небесной сфере на значения кинематических параметров оказалось сравнимым со среднеквадратичными ошибками их определения. Глобальные решения, выполненные по обоим выборкам, обнаружили сильные внемоделные кинематические эффекты, описываемые тороидальными гармониками второго порядка и сфероидальными гармониками третьего порядка. С помощью решений, выполненных отдельно по северному и южному галактическим полушариям, установлено, что основной причиной появления этих гармоник является не систематический ход параллакс по небесной сфере, а замедление скорости вращения Галактики по мере удаления звезд от ее основной плоскости. По указанным выборкам звезд получены оценки модуля вертикального градиента скорости вращения Галактики, равные 18.0 ± 2.9 и 22.7 ± 2.2 км/с/кпк соответственно.

Ключевые слова: астрометрия, звездная кинематика, структура Галактики, Hipparcos, собственные движения звезд, сферические функции.

DOI: 10.7868/S0320010814010094

ВВЕДЕНИЕ

Знание параллакс звезд является необходимым условием для кинематического анализа собственных движений звезд. К сожалению, кроме каталога HIPPARCOS, содержащего прямые тригонометрические результаты измерения параллакс звезд, в большинстве каталогов сколько-нибудь надежная информация о расстояниях до звезд отсутствует. В этих случаях приходится иметь дело

с косвенными оценками расстояний, полученных путем сравнения абсолютных и видимых звездных величин. В статье Шенриха и др. (2012) показано, что такой подход приводит к появлению систематических погрешностей расстояний, возникающих от ошибок принятого класса светимости, возраста, металличности, межзвездного поглощения и т.д. В этой же работе был предложен метод исправления расстояний до звезд, основанный на корреляционных связях между измеряемыми величинами гелиоцентрических компонент скорости U , V , W , которые обусловлены ошибками измерений соб-

*Электронный адрес: vityazev@list.ru

**Электронный адрес: a.s.tsvetkov@inbox.ru

ственных движений звезд, наличием звездных потоков и изменением ориентации эллипсоида скоростей в различных местах Галактики. Для успешного применения этого метода требуется знание не только расстояний и собственных движений звезд, но и их лучевых скоростей. Тем не менее, современные методы фотометрии позволяют надеяться на то, что в недалеком будущем точность получения фотометрических параллаксов звезд станет сравнимой с точностью абсолютных тригонометрических параллаксов.

В тех же случаях, когда всякая информация о параллксах звезд отсутствует, обычно делается предположение о том, что звезды находятся на одинаковом расстоянии, и вместо истинных компонентов скорости движения Солнца определяют произведения этих компонентов на средний параллкс выборки звезд. Однако параллксы рассматриваемой выборки звезд могут иметь систематический ход по небесной сфере. Зависимость параллаксов от галактической широты компенсировалась введением так называемых параллактических факторов (Вильямс, Высоцкий, 1947). Появление фиктивных вращений, обусловленных зависимостью параллаксов от долготы, изучалось Оортом (1950). В своих работах по определению постоянной прецессии Фрикке (1967) использовал фотометрические оценки расстояний для назначения параллактических факторов, компенсирующих отсутствие точных тригонометрических параллаксов звезд.

В работе Оллинга, Денена (2003) было показано, что систематический ход параллаксов звезд по небесной сфере приводит к искажению искомым значений параметров кинематической модели из-за эффекта смешивания гармоник (mode-mixing effects по терминологии авторов). В указанной работе этот эффект был изучен на примере упрощенной кинематической модели, в которую не были включены эффекты в плоскостях, перпендикулярных основной плоскости Галактики. Кроме того, смешивание гармоник изучалось в одномерном варианте зависимости параллаксов только от долготы. В силу этих упрощений в цитированной работе основным математическим аппаратом стало использование рядов Фурье как для представления собственных движений звезд, так и для их параллаксов. Такой подход ограничивает проведение кинематического анализа поля скоростей узкой зоной по широте вблизи галактического экватора.

В работе авторов (Витязев, Цветков, 2013) сделана попытка решения указанной проблемы с помощью представления параллаксов звезд с помощью сферических функций вместо рядов Фурье. Зависимость сферических функций от двух координат позволила изучить эффект смешивания гармоник не только по долготе, но и по широте. В

указанной работе было изучено влияние коэффициентов разложения параллаксов по сферическим функциям (в дальнейшем — параллактических коэффициентов) на численные значения параметров линейной модели Огородникова—Милна. Настоящая работа продолжает это исследование и посвящена изучению эффекта смешивания гармоник при выполнении кинематического анализа собственных движений звезд с помощью векторных сферических функций (Витязев, Цветков, 2009). С этой целью сделан вывод соотношений, показывающих вклад параллактических коэффициентов во все коэффициенты разложения собственных движений по векторным сферическим функциям. Основной упор делается на объяснение причин возникновения внемоделных гармоник, обнаруженных ранее в работах Витязева, Шуксто (2004, 2005); Макарова, Мерфи (2007) и Витязева, Цветкова (2009).

СКАЛЯРНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Сферические функции широко используются в различных областях математики и физики, их определение можно найти во многих источниках (см., например, Арфкен, 1970). В нашей работе для них мы будем использовать следующее представление:

$$K_{nkp}(l, b) = \quad (1)$$

$$= R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k = 0, \quad p = 1, \\ P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, \quad p = 0, \\ P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases}$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0, \\ 1, & k = 0. \end{cases}$$

В формуле (1) через l и b обозначены соответственно долгота и широта точки на сфере ($0 \leq l \leq 2\pi$; $-\pi/2 \leq b \leq \pi/2$), через $P_{nk}(b)$ — полиномы Лежандра (при $k = 0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k > 0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$P_{nk}(b) = \sin b \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(b) -$$

$$- \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b),$$

$$k = 0, 1, \dots, \quad n = k+1, k+2, \dots,$$

$$P_{kk}(b) = \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k b,$$

$$P_{k+1,k}(b) = \frac{(2k+2)!}{2^{k+1}(k+1)!} \cos^k b \sin b.$$

ВЕКТОРНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Рассмотрим в касательной плоскости к сфере систему взаимно ортогональных ортов \mathbf{e}_l , \mathbf{e}_b , \mathbf{e}_r соответственно в направлениях изменения долготы, широты и луча зрения. Используя определения векторных сферических функций (см. Арфкен, 1970; Варшалович и др., 1975), введем радиальные \mathbf{V}_{nkp} , тороидальные \mathbf{T}_{nkp} и сфероидальные \mathbf{S}_{nkp} векторные сферические функции посредством следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{nkp}(l, b) &= K_{nkp}(l, b)\mathbf{e}_r, \\ \mathbf{T}_{nkp} &= \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \left(\frac{\partial K_{nkp}(l, b)}{\partial b} \mathbf{e}_l - \frac{1}{\cos b} \frac{\partial K_{nkp'}(l, b)}{\partial l} \mathbf{e}_b \right), \end{aligned}$$

$$\mathbf{S}_{nkp} = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \left(\frac{1}{\cos b} \frac{\partial K_{nkp}(l, b)}{\partial l} \mathbf{e}_l + \frac{\partial K_{nkp}(l, b)}{\partial b} \mathbf{e}_b \right).$$

Обозначим компоненты при единичном векторе \mathbf{e}_l как T_{nkp}^l и S_{nkp}^l , а при единичном векторе \mathbf{e}_b — соответственно T_{nkp}^b и S_{nkp}^b :

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{nkp} &= T_{nkp}^l \mathbf{e}_l + T_{nkp}^b \mathbf{e}_b, \\ \mathbf{S}_{nkp} &= S_{nkp}^l \mathbf{e}_l + S_{nkp}^b \mathbf{e}_b. \end{aligned}$$

Эти компоненты определяются следующим образом:

$$T_{nkp}^l = \frac{R_{nk}}{\sqrt{n(n+1)}} \begin{cases} P_{n,1}(b), & k=0, p=1, \\ (-k \operatorname{tg} b P_{nk}(b) + P_{n,k+1}(b)) \sin kl, & k \neq 0, p=0, \\ (-k \operatorname{tg} b P_{nk}(b) + P_{n,k+1}(b)) \cos kl, & k \neq 0, p=1, \end{cases}$$

$$T_{nkp}^b = \frac{R_{nk}}{\sqrt{n(n+1)}} \begin{cases} 0, & k=0, p=1, \\ -\frac{k}{\cos b} P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, p=0, \\ +\frac{k}{\cos b} P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, p=1, \end{cases}$$

$$S_{nkp}^l = \frac{R_{nk}}{\sqrt{n(n+1)}} \begin{cases} 0, & k=0, p=1, \\ +\frac{k}{\cos b} P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, p=0, \\ -\frac{k}{\cos b} P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, p=1, \end{cases}$$

$$S_{nkp}^b = \frac{R_{nk}}{\sqrt{n(n+1)}} \begin{cases} P_{n,1}(b), & k=0, p=1, \\ (-k \operatorname{tg} b P_{nk}(b) + P_{n,k+1}(b)) \sin kl, & k \neq 0, p=0, \\ (-k \operatorname{tg} b P_{nk}(b) + P_{n,k+1}(b)) \cos kl, & k \neq 0, p=1. \end{cases}$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций \mathbf{V}_{nkp} , \mathbf{T}_{nkp} и \mathbf{S}_{nkp} одним индексом j , где

$$j = n^2 + 2k + p - 1.$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} (\mathbf{V}_i \cdot \mathbf{V}_j) d\omega &= \iint_{\Omega} (\mathbf{T}_i \cdot \mathbf{T}_j) d\omega = \\ &= \iint_{\Omega} (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j) d\omega = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j, \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} (\mathbf{V}_i \cdot \mathbf{T}_j) d\omega &= \iint_{\Omega} (\mathbf{V}_i \cdot \mathbf{S}_j) d\omega = \\ &= \iint_{\Omega} (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{T}_j) d\omega = 0 \quad \forall i, j. \end{aligned}$$

Другими словами, набор функций \mathbf{V}_{nkp} , \mathbf{T}_{nkp} , \mathbf{S}_{nkp} образует на сфере ортонормированную систему функций.

Таблица 1. Значения коэффициентов векторного сферического разложения уравнений (3) с учетом параллактических коэффициентов формулы (4)

Коэффициент	Значение	Учет паралакса
t_{101}	$2.89\omega_3$	$0.707U\pi_{110} - 0.707V\pi_{111}$
t_{110}	$2.89\omega_2$	$-0.707U\pi_{101} + 0.707W\pi_{111}$
t_{111}	$2.89\omega_1$	$0.707V\pi_{101} - 0.707W\pi_{110}$
s_{101}	$-0.816W\pi_{001} = -2.89W\langle\pi\rangle$	$0.316U\pi_{211} + 0.316V\pi_{210} + 0.365W\pi_{201}$
s_{110}	$-0.816V\pi_{001} = -2.89V\langle\pi\rangle$	$0.316U\pi_{220} - 0.183V\pi_{201} - 0.316V\pi_{221} + 0.316W\pi_{210}$
s_{111}	$-0.816U\pi_{001} = -2.89U\langle\pi\rangle$	$0.316U\pi_{221} - 0.183U\pi_{201} + 0.316V\pi_{220} + 0.316W\pi_{211}$
s_{201}	$0.65(2M_{33}^* - M_{11}^*) = 1.3X$	$0.316U\pi_{111} + 0.338U\pi_{311} + 0.316V\pi_{110} + 0.338V\pi_{310} -$ $- 0.632W\pi_{101} + 0.414W\pi_{301}$
s_{210}	$2.24M_{23}^+$	$0.309U\pi_{320} - 0.548V\pi_{101} - 0.239V\pi_{301} - 0.309V\pi_{321} -$ $- 0.548W\pi_{110} + 0.390W\pi_{310}$
s_{211}	$2.24M_{13}^+$	$0.309V\pi_{320} - 0.548U\pi_{101} - 0.239U\pi_{301} + 0.309U\pi_{321} -$ $- 0.548W\pi_{111} + 0.390W\pi_{311}$
s_{220}	$2.24M_{12}^+$	$-0.548U\pi_{110} - 0.098U\pi_{310} + 0.378U\pi_{330} - 0.548V\pi_{111} -$ $- 0.098V\pi_{311} - 0.378V\pi_{331} + 0.309W\pi_{320}$
s_{221}	$1.12M_{11}^*$	$-0.548U\pi_{111} - 0.098U\pi_{311} + 0.378U\pi_{331} + 0.548V\pi_{110} +$ $+ 0.098V\pi_{310} + 0.378V\pi_{330} + 0.309W\pi_{321}$

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД ПО СИСТЕМЕ ВЕКТОРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим реальное поле скоростей звезд на небесной сфере:

$$\mathbf{U}(l, b) = \frac{V_r}{r}\mathbf{e}_r + \mathcal{K}\mu_l \cos b \mathbf{e}_l + \mathcal{K}\mu_b \mathbf{e}_b,$$

где V_r — лучевая скорость, μ_l, μ_b — компоненты собственного движения звезд по галактическим долготам и широтам, r — расстояние до звезды, $\mathcal{K} = 4.74$ — множитель перевода размерности собственных движений звезд мсд/год в км/с/кпк.

Используя систему определенных выше векторных сферических функций, мы можем разложить поле скоростей следующим образом:

$$\mathbf{U}(l, b) = \sum_{n,k,p} v_{nkp} \mathbf{V}_{nkp} + \sum_{n,k,p} t_{nkp} \mathbf{T}_{nkp} + \sum_{n,k,p} s_{nkp} \mathbf{S}_{nkp},$$

где в силу ортонормированности базиса коэффициенты разложения v_{nkp} , t_{nkp} и s_{nkp} вычисляются по

формулам:

$$\begin{aligned} v_{nkp} &= \iint_{\Omega} (\mathbf{U} \cdot \mathbf{V}_{nkp}) d\omega = \\ &= \int_0^{2\pi} dl \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} V_r(l, b)/r V_{nkp} \cos b db, \\ t_{nkp} &= \iint_{\Omega} (\mathbf{U} \cdot \mathbf{T}_{nkp}) d\omega = \\ &= \int_0^{2\pi} dl \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} (\mathcal{K}\mu_l \cos b T_{nkp}^l + \mathcal{K}\mu_b T_{nkp}^b) \cos b db, \\ s_{nkp} &= \iint_{\Omega} (\mathbf{U} \cdot \mathbf{S}_{nkp}) d\omega = \\ &= \int_0^{2\pi} dl \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} (\mathcal{K}\mu_l \cos b S_{nkp}^l + \mathcal{K}\mu_b S_{nkp}^b) \cos b db. \end{aligned}$$

Применение векторных сферических функций для кинематического анализа собственных дви-

жений и лучевых скоростей звезд впервые было сделано в работах Витязева и Шуксто (2004, 2005). В дальнейшем этот метод использовался в работах Витязева и Цветкова (2009, 2011, 2012), а также в работах Макарова, Мэрфи (2007) и Бобылева и др. (2011). Отметим, что в астрометрии впервые векторные сферические функции были использованы в работе Миньяра и Морандо (1990) для аппроксимации систематических разностей положений и собственных движений звезд каталогов FK5 и HIPPARCOS. Детальное изложение свойств векторных сферических функций и способов их использования при решении различных задач астрометрии можно найти в статье Миньяра и Клионера (2012).

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ОГОРОДНИКОВА–МИЛНА

При анализе собственных движений звезд часто используют уравнения линейной модели Огородникова–Милна (Огородников, 1965; Дю Монт, 1977), которая описывает поле скоростей звезд относительно системы отсчета, движущейся вместе с Солнцем относительно центра Галактики. Основное уравнение этой модели имеет следующий вид:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_s + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{M}^+ \mathbf{r}, \quad (2)$$

где \mathbf{V} — скорость звезды, \mathbf{V}_s — скорость поступательного движения Солнца относительно звезд, $\boldsymbol{\Omega}$ — угловая скорость твердотельного вращения звездной системы, \mathbf{M}^+ — симметричный тензор деформации поля скоростей.

Линейная модель Огородникова–Милна содержит 12 параметров:

U, V, W — компоненты вектора скорости поступательного движения Солнца \mathbf{V}_s относительно звезд;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — компоненты вектора твердотельного вращения системы звезд $\boldsymbol{\Omega}$;

$M_{11}^+, M_{22}^+, M_{33}^+$ — параметры тензора \mathbf{M}^+ , описывающие сжатие–растяжение поля скоростей вдоль главных галактических осей;

$M_{12}^+, M_{13}^+, M_{23}^+$ — параметры тензора \mathbf{M}^+ , описывающие деформацию поля скоростей в основной и двух перпендикулярных к ней плоскостях.

Спроецировав уравнение (2) на орты галактической системы координат, мы получим уравнения

$$\begin{aligned} K\mu_l \cos b &= U\pi \sin l - V\pi \cos l - & (3) \\ &- \omega_1 \sin b \cos l - \omega_2 \sin b \sin l + \omega_3 \cos b - \\ &- M_{13}^+ \sin b \sin l + M_{23}^+ \sin b \cos l + \\ &+ M_{12}^+ \cos b \cos 2l - \frac{1}{2}M_{11}^* \cos b \sin 2l, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K\mu_b &= U\pi \cos l \sin b + V\pi \sin l \sin b - \\ &- W\pi \cos b + \omega_1 \sin l - \omega_2 \cos l - \\ &- \frac{1}{2}M_{12}^+ \sin 2b \sin 2l + M_{13}^+ \cos 2b \cos l + \\ &+ M_{23}^+ \cos 2b \sin l - \frac{1}{4}M_{11}^* \sin 2b \cos 2l + \frac{1}{2}X \sin 2b, \end{aligned}$$

где

$$M_{11}^* = M_{11}^+ - M_{22}^+, \quad X = M_{33}^+ - \frac{1}{2}(M_{11}^+ + M_{22}^+).$$

В упрощенной форме модели Огородникова–Милна, которую обычно называют моделью Оорта–Линблада (Огородников, 1965), предполагается, что вращение звездной системы происходит строго в галактической плоскости, т.е. ω_1 и ω_2 равны нулю, не рассматривается сжатие–растяжение вдоль осей, а деформация существует только в плоскости Галактики и описывается параметром Оорта $A = M_{12}$. Соответственно с этим уменьшается число кинематических параметров.

АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ВЕКТОРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ПРИ УЧЕТЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАЛЛАКСОВ ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

Представим зависимость параллакс звезд от галактических координат с помощью разложения по сферическим функциям:

$$\pi(l, b) = \sum_{n,k,p} \pi_{nkp} K_{nkp}(l, b). \quad (4)$$

Произведем разложение по векторным сферическим функциям уравнений (3), в которых параллаксы представлены разложением (4), и выясним, за какие гармоники в разложении собственных движений звезд отвечают отдельные коэффициенты разложения (4). Для модельных гармоник, т.е. гармоник, через которые определяются кинематические параметры линейной модели Огородникова–Милна, результаты теоретического разложения правых частей уравнений (3) показаны в табл. 1. В этой таблице принято во внимание легко получаемое из (4) соотношение $\pi_{001} = 3.545\langle\pi\rangle$, в котором через $\langle\pi\rangle$ обозначен средний параллакс выборки звезд. Кроме того, оказывается, что систематический ход параллакс звезд по небесной сфере не только вносит свой вклад в модельные гармоники, но и порождает большое число немодельных тороидальных и сфероидальных гармоник. Списки этих гармоник, а также их зависимость от коэффициентов разложения (4), показаны в табл. 2, 3.

Таблица 2. Зависимость внемоделных тороидальных коэффициентов от параллактических коэффициентов формулы (4)

Коэффициент	Значение
t_{201}	$0.707U\pi_{210} - 0.707V\pi_{211}$
t_{210}	$-0.707U\pi_{201} - 0.408U\pi_{221} - 0.408V\pi_{220} + 0.408W\pi_{211}$
t_{211}	$0.408U\pi_{220} + 0.707V\pi_{201} - 0.408V\pi_{221} - 0.408W\pi_{210}$
t_{220}	$-0.408U\pi_{211} + 0.408V\pi_{210} + 0.816W\pi_{221}$
t_{221}	$+0.408V\pi_{211} - 0.816W\pi_{220}$
t_{301}	$0.707U\pi_{310} - 0.707V\pi_{311}$
t_{310}	$0.707U\pi_{301} - 0.456U\pi_{321} - 0.456V\pi_{320} + 0.289W\pi_{311}$
t_{311}	$0.456U\pi_{320} + 0.707V\pi_{301} - 0.456V\pi_{321} - 0.289W\pi_{310}$
t_{320}	$-0.456U\pi_{311} - 0.354U\pi_{331} + 0.456V\pi_{310} - 0.354V\pi_{330} + 0.577W\pi_{321}$
t_{321}	$0.456U\pi_{310} + 0.354U\pi_{330} + 0.456V\pi_{311} - 0.354V\pi_{331} - 0.577W\pi_{320}$
t_{330}	$-0.354U\pi_{321} + 0.354V\pi_{320} + 0.866W\pi_{331}$
t_{331}	$0.354U\pi_{320} + 0.354V\pi_{321} - 0.866W\pi_{330}$
t_{401}	$0.707U\pi_{410} - 0.707V\pi_{411}$
t_{410}	$-0.707U\pi_{401} - 0.474U\pi_{420} + 0.223W\pi_{411}$
t_{411}	$0.474U\pi_{420} + 0.707V\pi_{401} - 0.223W\pi_{410}$
t_{420}	$0.474U\pi_{411} - 0.418U\pi_{431} + 0.474V\pi_{410} - 0.418V\pi_{430} + 0.447W\pi_{421}$
t_{421}	$0.474U\pi_{410} + 0.418U\pi_{430} + 0.474V\pi_{411} - 0.418V\pi_{431} - 0.447W\pi_{420}$
t_{430}	$-0.418U\pi_{421} - 0.316U\pi_{441} + 0.418V\pi_{420} - 0.316V\pi_{440} + 0.671W\pi_{431}$
t_{431}	$0.418U\pi_{420} + 0.316U\pi_{440} + 0.418V\pi_{421} - 0.316V\pi_{441} - 0.671W\pi_{430}$
t_{440}	$-0.316U\pi_{431} + 0.316V\pi_{430} + 0.894W\pi_{441}$
t_{441}	$0.316U\pi_{430} + 0.316V\pi_{431} - 0.894W\pi_{440}$

Будем называть коэффициенты π_{nkr} четными или нечетными в зависимости от четности индекса n . Анализ табл. 1 показывает, что влияние распределения параллаксов по координатам на солнечные члены собственных движений определяется четными коэффициентами π_{nkr} , в то вре-

мя как все остальные кинематические параметры линейной модели Огородникова—Милна — нечетными коэффициентами. При этом важен и порядок этих коэффициентов. Так, в солнечные члены входят коэффициенты при $n = 2$, в компоненты угловой скорости $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — коэффициенты пер-

Таблица 3. Зависимость внемодельных сфероидальных коэффициентов от параллактических коэффициентов формулы (4)

Коэффициент	Значение
s_{301}	$0.338U\pi_{211} + 0.345U\pi_{411} + 0.338V\pi_{210} + 0.345V\pi_{410} - 0.585W\pi_{201} + 436W\pi_{401}$
s_{310}	$0.138U\pi_{220} + 0.299U\pi_{420} - 0.478V\pi_{201} - 0.138V\pi_{221} - 0.268V\pi_{401} - 0.299V\pi_{421} -$ $- 0.552W\pi_{210} + 422W\pi_{410}$
s_{311}	$-0.478U\pi_{201} + 0.138U\pi_{221} - 0.268U\pi_{401} + 0.299U\pi_{421} + 0.138V\pi_{220} + 0.299V\pi_{420} -$ $- 0.552W\pi_{211} + 0.422W\pi_{411}$
s_{320}	$-0.436U\pi_{210} - 0.134U\pi_{410} + 0.354U\pi_{430} - 0.436V\pi_{211} - 0.134V\pi_{411} - 0.354V\pi_{431} -$ $- 0.436W\pi_{220} + 0.378W\pi_{420}$
s_{321}	$-0.436U\pi_{211} - 0.134U\pi_{411} + 0.354U\pi_{431} + 0.436V\pi_{210} + 0.134V\pi_{410} + 0.354V\pi_{430} -$ $- 0.436W\pi_{221} + 0.378W\pi_{421}$
s_{330}	$-0.535U\pi_{220} - 0.077U\pi_{420} + 0.408U\pi_{440} - 0.535V\pi_{221} - 0.077V\pi_{421} - 0.408V\pi_{441} +$ $+ 0.289W\pi_{430}$
s_{331}	$-0.535U\pi_{221} - 0.077U\pi_{421} + 0.408U\pi_{441} + 0.535V\pi_{220} + 0.077V\pi_{420} + 0.408V\pi_{440} +$ $+ 0.289W\pi_{431}$
s_{401}	$0.345U\pi_{311} + 0.345V\pi_{310} - 0.563W\pi_{301}$
s_{410}	$0.173U\pi_{320} - 0.445V\pi_{301} - 0.173V\pi_{321} - 0.546W\pi_{310}$
s_{411}	$-0.445U\pi_{301} + 0.173U\pi_{321} + 0.173V\pi_{320} - 0.546W\pi_{311}$
s_{420}	$-0.386U\pi_{310} + 0.100U\pi_{330} - 0.386V\pi_{311} - 0.100V\pi_{331} - 488W\pi_{320}$
s_{421}	$-0.386U\pi_{311} + 0.100U\pi_{331} + 0.386V\pi_{310} + 0.100V\pi_{330} - 488W\pi_{321}$
s_{430}	$-0.456U\pi_{320} - 0.456V\pi_{321} - 0.373W\pi_{330}$
s_{431}	$-0.456U\pi_{321} + 0.456V\pi_{320} - 0.373W\pi_{331}$
s_{440}	$-0.527U\pi_{330} - 0.527V\pi_{331}$
s_{441}	$-0.527U\pi_{331} + 0.527V\pi_{330}$

вого порядка $n = 1$, а во все остальные параметры уравнений (3) — нечетные коэффициенты, соответствующие $n = 1, 3$. Из табл. 2 мы видим, что четные и нечетные внемодельные тороидальные

коэффициенты t_{nkp} зависят от одноименных по параметру n четных и нечетных коэффициентов π_{nkp} . Противоположная ситуация наблюдается для сфероидальных коэффициентов (табл. 3). Здесь

Таблица 4. Характеристики выборок звезд каталога HIPPARCOS

Параметр	OB	RG
	$-5 < M_V < 4$ $-0.5 < B - V < 0.75$ число звезд 46193	$-5 < M_V < 4$ $0.75 < B - V < 2.0$ число звезд 37889
π_{001}	17.970 ± 0.062	12.666 ± 0.042
π_{101}	0.036 ± 0.062	-0.050 ± 0.041
π_{110}	-0.100 ± 0.062	0.156 ± 0.042
π_{111}	0.388 ± 0.062	-0.096 ± 0.042
π_{201}	1.748 ± 0.061	0.070 ± 0.041
π_{210}	-0.253 ± 0.062	-0.231 ± 0.042
π_{211}	0.225 ± 0.062	0.305 ± 0.042
π_{220}	-0.284 ± 0.062	-0.050 ± 0.042
π_{221}	0.333 ± 0.062	0.499 ± 0.042
π_{301}	-0.136 ± 0.061	-0.065 ± 0.041
π_{310}	-0.023 ± 0.062	0.017 ± 0.042
π_{311}	-0.167 ± 0.062	-0.048 ± 0.042
π_{320}	-0.058 ± 0.063	0.015 ± 0.042
π_{321}	0.075 ± 0.062	-0.090 ± 0.042
π_{330}	0.196 ± 0.062	0.109 ± 0.042
π_{331}	-0.063 ± 0.062	-0.041 ± 0.042
π_{401}	-1.258 ± 0.061	-0.093 ± 0.041
π_{410}	0.004 ± 0.062	-0.099 ± 0.042
π_{411}	-0.025 ± 0.062	-0.082 ± 0.042
π_{420}	0.071 ± 0.062	0.002 ± 0.042
π_{421}	-0.543 ± 0.062	0.038 ± 0.042
π_{430}	-0.085 ± 0.063	0.024 ± 0.042
π_{431}	0.157 ± 0.062	0.227 ± 0.042
π_{440}	-0.139 ± 0.062	0.042 ± 0.042
π_{441}	0.133 ± 0.062	0.152 ± 0.042

четные коэффициенты π_{nkr} образуют нечетные величины s_{nkr} и, наоборот, нечетные коэффициенты π_{nkr} определяют четные величины s_{nkr} .

В предыдущей нашей статье (Витязев, Цветков, 2013) было изучено влияние параллактических коэффициентов формулы (4) на определение параметров, входящих в уравнения (3). Здесь было произведено разложение по сферическим функциям параллаксов всех звезд каталога HIPPARCOS. Особенностью этого разложения оказалось преобладание значений зональных гармоник, что отражает существенный ход параллаксов по галактической широте. В распределении параллаксов звезд по долготе наблюдается двойная волна, так как четко виден систематический ход параллаксов, при этом в области низких широт звезды с наибольшими параллаксами группируются на значениях долгот $l = 90^\circ$ и $l = 270^\circ$ (положительное и отрицательное направления оси Y, т.е. в направлении вращения Галактики и в обратном направлении). Двойную волну в распределении параллаксов звезд можно объяснить тем, что на карте распределения по небесной сфере звезд каталога HIPPARCOS в галактической системе координат хорошо прослеживается увеличение концентрации звезд в тех же областях. Природа этого явления требует дополнительного изучения. Было показано, что игнорирование такого распределения параллаксов по небу дает сдвиг апекса движения Солнца по каждой координате приблизительно на 1° и привносит ошибку до 15–20% в определение параметров Оорта.

Тем не менее, заслуживает внимания и то обстоятельство, что метод кинематического анализа собственных движений звезд с помощью векторных сферических функций позволяет детектировать кинематические эффекты, не входящие в стандартную линейную модель Огородникова–Милна. Существование такой кинематики было обнаружено в работах Витязева, Шуксто (2004), Макарова, Мерфи (2007) и Витязева, Цветкова (2009, 2011). В частности, нами было показано, что в собственных движениях звезд каталога HIPPARCOS обнаружены сильные внемоделльные гармоники \mathbf{S}_{310} и \mathbf{T}_{211} . Аналогичный результат был получен и при анализе лучевых скоростей звезд (Витязев, Цветков, 2009). Физические причины, которые могут породить эти эффекты, обсуждаются в статьях Витязева, Цветкова (2009) и Макарова, Мерфи (2007).

КИНЕМАТИКА БЕЛО-ГОЛУБЫХ И КРАСНЫХ ГИГАНТОВ

Проведем анализ гармоник \mathbf{S}_{310} и \mathbf{T}_{211} с точки зрения их возникновения по причине зависимости параллаксов звезд от координат. С этой

целью приведем результаты применения метода векторных сферических функций к собственным движениям звезд каталога HIPPARCOS. Здесь мы использовали две выборки: OB (бело-голубые гиганты) в диапазоне расстояний от плоскости Галактики по координате z от -0.26 до 0.25 кпк и RG (красные гиганты) в диапазоне z от -0.37 до 0.39 кпк. Остальные параметры этих выборок указаны в табл. 4. Из-за большого объема перерабатываемой информации определение коэффициентов сферического разложения наталкивается на определенные технические трудности. Преодолеть эти трудности можно проведением предварительной пикселизации данных на сфере. Применительно к нашей задаче схема пикселизации должна удовлетворять требованию равномерного следования центров пикселей как по широте, так и по долготе. Этому требованию удовлетворяют две схемы. Одна из них — схема HEALPix (Горский и др., 2005), вторая — так называемая равномерная цилиндрическая проекция. Подробное обсуждение алгоритмов пикселизации проведено в статье Витязева, Цветкова (2009). В данной работе мы остановились на равномерной цилиндрической проекции, в которой производится осреднение собственных движений звезд по сферическим трапециям, полученных равномерным делением экватора и круга широты соответственно на 24 и 18 частей. Для каждой выборки мы проводили разложение собственных движений звезд по векторным сферическим функциям дважды. Сначала (решение I) предполагалось, что параллаксы звезд не зависят от координат, т.е. использовались собственные движения, взятые непосредственно из каталога. Затем (решение II) мы подвергали разложению собственные движения, освобожденные от вклада солнечных членов. При этом компоненты скорости движения Солнца U , V , W находились путем решения уравнений (3) предварительно с учетом истинных параллаксов звезд. Результаты показаны в табл. 5. С использованием тороидальных гармоник первого порядка и сфероидальных гармоник первого и второго порядков были вычислены соответствующие параметры линейной модели Огородникова—Милна, галактические координаты апекса движения Солнца и оценки периода вращения Галактики в окрестностях Солнца (табл. 6).

По данным, приведенным в табл. 5, 6, можно сделать следующие выводы.

- Параллаксы бело-голубых гигантов (выборка OB) показывают сильную зависимость от галактической широты (рис. 1) с преимущественным контрастом (сжатием) вдоль галактического экватора, что объясняется большими значениями зональных коэффициентов π_{201} и π_{401} . В противоположность

этому, параллаксы красных гигантов (рис. 2) ведут себя иначе: здесь нет галактической концентрации и отклонения локальных параллаксов от среднего значения локализованы только в двух областях небесной сферы.

- Табл. 6 показывает, что для наших выборок ход параллаксов по небесной сфере оказывает малое влияние на значения кинематических параметров линейной модели Огородникова—Милна, по своей величине сравнимое со среднеквадратичными ошибками их определения. Это обстоятельство объясняется малыми значениями нечетных коэффициентов π_{nkp} .
- В отличие от коэффициентов модели Огородникова—Милна, внемоделльные параметры t_{211} и s_{310} показывают сильную зависимость от четных коэффициентов π_{nkp} , однако самое интересное заключается в том, что после исключения из собственных движений звезд солнечных членов и параллаксов значения этих внемоделльных коэффициентов, хотя и меняются, но полностью не исчезают, оставаясь значимыми (по критерию три сигма). Это говорит о том, что основной причиной появления внемоделльных гармоник является не зависимость параллаксов от координат звезд, а какие-то другие факторы.

О ПРИРОДЕ ВНЕМОДЕЛЬНЫХ ГАРМОНИК S_{310} И T_{211}

Обычно анализ поля скоростей производится с помощью решения основных кинематических уравнений (3) относительно параметров линейной модели Огородникова—Милна в локальной системе координат, движущейся вокруг центра Галактики вместе с Солнцем. Переход в галактоцентрическую цилиндрическую систему координат позволяет получить информацию, относящуюся к Галактике в целом. В частности, для вертикального градиента скорости вращения Галактики $\frac{\partial V_0}{\partial z}$ имеем (Миямото и др., 1993; Цзы Чжу, 2000):

$$\frac{\partial V_0}{\partial z} = M_{23}^+ - \omega_1.$$

В работе Витязева, Цветкова (2012) показано, что при наличии в собственных движениях ненулевых гармоник S_{310} и T_{211} каждое из значений параметров ω_1 и M_{23}^+ меняет знак при переходе из северного галактического полушария в южное. При этом разность этих параметров (практически одинаковая по модулю в обоих полушариях), положительна в северном полушарии и отрицательна в южном. Это

Таблица 5. Значения коэффициентов векторного сферического разложения собственных движений звезд каталога HIPPARCOS. Решение I — влияние параллакса не исключено, решение II — влияние параллакса исключено. Единицы измерения — км/с/кпк

Параметр	ОВ решение I	ОВ решение II	RG решение I	RG решение II
t_{101}	-45.7 ± 2.9	-40.9 ± 2.7	-34.4 ± 2.5	-36.8 ± 2.4
t_{110}	-15.3 ± 2.9	-17.1 ± 2.7	-3.9 ± 2.5	-3.8 ± 2.4
t_{111}	4.1 ± 2.9	3.3 ± 2.7	-4.4 ± 2.5	-2.9 ± 2.4
s_{101}	-99.9 ± 2.9	0.1 ± 2.7	-73.7 ± 2.5	0.2 ± 2.4
s_{110}	-225.9 ± 2.9	0.7 ± 2.7	-213.0 ± 2.5	-0.5 ± 2.4
s_{111}	-153.5 ± 2.9	-1.0 ± 2.7	-93.9 ± 2.5	-0.4 ± 2.4
s_{201}	0.4 ± 2.9	0.9 ± 2.7	3.6 ± 2.5	2.9 ± 2.4
s_{210}	-0.3 ± 2.9	-0.4 ± 2.6	-2.1 ± 2.5	-3.0 ± 2.4
s_{211}	-7.7 ± 2.9	-5.9 ± 2.7	0.3 ± 2.5	-0.2 ± 2.4
s_{220}	26.5 ± 2.9	27.9 ± 2.7	32.5 ± 2.5	31.4 ± 2.4
s_{221}	-14.5 ± 2.9	12.7 ± 2.7	-9.0 ± 2.5	-11.8 ± 2.4
s_{310}	-13.0 ± 2.9	-8.4 ± 2.7	-12.3 ± 2.5	-11.1 ± 2.4
t_{211}	24.6 ± 2.9	8.82 ± 2.7	11.5 ± 2.5	14.1 ± 2.4

Таблица 6. Параметры модели Огородникова–Милна (км/с/кпк), галактические координаты L , B (град.) и период вращения Галактики P (млн. лет), вычисленные через значения коэффициентов векторного сферического разложения собственных движений звезд каталога HIPPARCOS. Решение I — влияние параллакса не исключено, решение II — влияние параллакса исключено

Параметр	ОВ решение I	ОВ решение II	RG решение I	RG решение II
t_{101} ω_3	-15.8 ± 1.1	-14.1 ± 0.9	-11.9 ± 0.9	-12.7 ± 0.9
t_{110} ω_2	-5.3 ± 1.0	-5.9 ± 0.9	-1.3 ± 0.9	-1.3 ± 0.9
t_{111} ω_1	1.4 ± 1.0	1.1 ± 0.9	-1.5 ± 0.9	-1.0 ± 0.9
s_{101} W	34.5 ± 1.1	7.1 ± 0.2	25.5 ± 0.9	7.1 ± 0.2
s_{110} V	78.2 ± 1.0	14.9 ± 0.2	73.7 ± 0.9	20.1 ± 0.2
s_{111} U	53.0 ± 1.0	10.2 ± 0.2	32.4 ± 0.9	9.2 ± 0.2
s_{201} X	0.3 ± 2.4	0.7 ± 2.1	2.8 ± 1.9	2.2 ± 1.9
s_{210} M_{23}^+	-0.2 ± 1.3	-0.2 ± 1.2	-0.9 ± 1.1	-1.3 ± 1.1
s_{211} M_{13}^+	-3.4 ± 1.3	-2.6 ± 1.2	0.1 ± 1.1	-0.0 ± 1.1
s_{220} M_{12}^+	11.8 ± 1.4	12.4 ± 1.2	14.5 ± 1.1	14.0 ± 1.1
s_{221} M_{11}^*	-12.9 ± 2.7	-11.3 ± 2.5	-8.0 ± 2.2	-10.5 ± 2.2
L	55.9 ± 0.5	55.6 ± 0.6	66.3 ± 0.6	65.4 ± 0.5
B	20.1 ± 0.6	21.5 ± 0.6	17.6 ± 0.6	17.8 ± 0.5
P	226.4 ± 14.4	232.8 ± 13.2	232.7 ± 12.5	230.0 ± 12.2

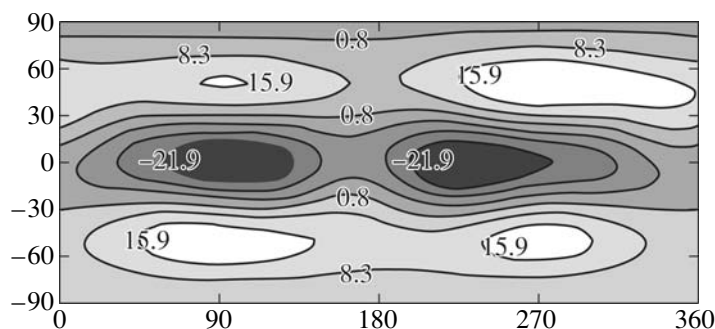


Рис. 1. Отклонения параллаксOB-звезд каталога HIPPARCOS от среднего значения 5.07 мсд по небесной сфере в галактической системе координат (в процентах). По горизонтальной оси — галактическая долгота, по вертикальной — широта в градусах.

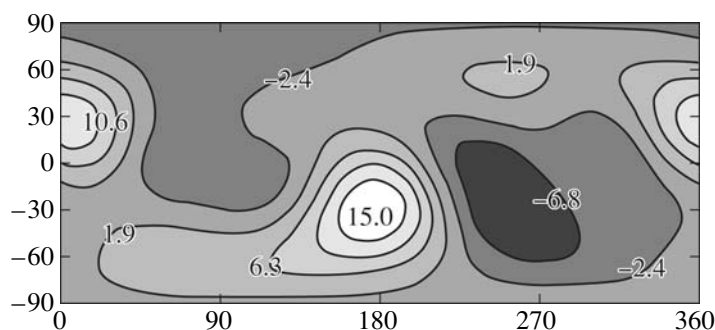


Рис. 2. Отклонения параллаксRG-звезд каталога HIPPARCOS от среднего значения 3.57 мсд по небесной сфере в галактической системе координат (в процентах). По горизонтальной оси — галактическая долгота, по вертикальной — широта в градусах.

говорит о том, что скорость вращения Галактики убывает при удалении от ее основной плоскости. Для модуля градиента замедления вращения в нашей работе были получены значения, лежащие в промежутке

$$(20.1 \pm 2.9) < \left| \frac{\partial V_0}{\partial z} \right| < (49.2 \pm 0.8) \text{ км/с/кпк},$$

причем нижняя граница получена по красным гигантам каталога HIPPARCOS, в то время как верхняя граница практически одинакова для каталогов TYCHO-2 и UCAC3. Отметим, что для получения этих оценок использовались собственные движения звезд каталога HIPPARCOS после исключения из них эффектов движения Солнца, в то время как для каталогов TYCHO-2 и UCAC3 это нельзя было сделать из-за отсутствия в этих каталогах параллакс звезд.

Возвращаясь к нашим выборкам бело-голубых и красных гигантов, можно сказать, что в собственных движениях этих звезд внемоделные гармоники S_{310} и T_{211} обнаруживаются и до, и после

исключения из них влияния параллакс (табл. 5). Чтобы выяснить кинематические следствия этого обстоятельства, мы провели решения основных уравнений (3) отдельно по северному и южному галактическим полушариям. Полученные значения ω_1 и M_{23}^+ до и после исключения из собственных движений звезд солнечных членов по каждому полушарию приведены в табл. 7. Как видно из этой таблицы, значения ω_1 и M_{23}^+ меняют знаки при переходе из одного полушария в другое, при этом абсолютные значения этих параметров различаются незначительно. В этой же таблице с индексом NS приведены значения вертикального градиента скорости вращения Галактики, осредненные по обоим полушариям. Интересным является то обстоятельство, что исключение солнечных членов из собственных движений красных гигантов практически не сказывается на результатах определения градиента вертикальной скорости, в то время как для бело-голубых гигантов такое исключение приводит к уменьшению величины градиента почти в два раза. Этот факт хорошо объясняется

Таблица 7. Оценки вертикального градиента скорости вращения Галактики до и после исключения из собственных движений звезд OB и RG каталога HIPPARCOS зависимости параллаксов от координат. North — решение по звездам северного полушария Галактики, South — решение по звездам южного полушария Галактики. Единицы измерения — км/с/кпк

Параметр	OB North	OB South	RG North	RG South
Влияние параллаксов не исключено				
ω_1	17.29 ± 2.67	-18.51 ± 2.63	5.22 ± 2.38	-13.00 ± 2.26
M_{23}^+	-16.76 ± 2.59	19.84 ± 2.55	-10.37 ± 2.31	12.44 ± 2.20
$M_{23}^+ - \omega_1$	-34.05 ± 3.72	38.35 ± 3.66	-15.59 ± 3.32	25.44 ± 3.15
$ \frac{\partial V_0}{\partial z} _{NS}$	36.20 ± 2.61		20.52 ± 2.29	
Влияние параллаксов исключено				
ω_1	9.45 ± 2.93	-7.42 ± 3.07	7.81 ± 2.23	-13.82 ± 2.23
M_{23}^+	-9.60 ± 2.80	9.54 ± 2.91	-11.48 ± 2.21	12.34 ± 2.21
$M_{23}^+ - \omega_1$	-19.05 ± 4.05	16.96 ± 4.23	-19.29 ± 3.14	26.16 ± 3.14
$ \frac{\partial V_0}{\partial z} _{NS}$	18.00 ± 2.93		22.73 ± 2.22	

значительной галактической концентрацией звезд спектральных классов O и B, в отличие от пространственного распределения красных гигантов. В свою очередь галактическая концентрация звезд описывается четными зональными коэффициентами разложения параллаксов по сферическим функциям π_{201} и π_{401} , которые вносят большой вклад в коэффициенты при S_{310} и T_{211} .

Отметим также, что генерирование собственных движений звезд с параметрами ω_1 и M_{23}^+ , которые имеют разные знаки в северном и южном полушариях галактической небесной сферы, приводит к появлению внемоделных гармоник S_{310} и T_{211} при разложении этих собственных движений по системе векторных сферических функций на всей сфере. Как уже было отмечено, указанное различие знаков этих параметров может являться следствием замедления скорости вращения Галактики с убыванием расстояния от ее основной плоскости.

Все вышесказанное приводит нас к заключению о том, что появление в собственных движениях звезд внемоделных гармоник S_{310} и T_{211} вызывается двумя причинами: систематическим ходом параллаксов звезд по небесной сфере и вертикальным градиентом скорости вращения Галактики в окрестности Солнца. Обе эти причины по-разному

проявляют себя для OB-звезд и RG-звезд. В первом случае действие параллаксов преобладает над физическим эффектом, во втором случае физическая причина возникновения этих гармоник гораздо сильнее параллактического эффекта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в настоящей статье результаты основаны на представлении параллаксов звезд с помощью разложения по сферическим функциям. Разумеется, предложенная нами модель имеет свои ограничения. Во-первых, для уверенного определения коэффициентов разложения необходимо использовать массовые каталоги звезд для того, чтобы звезды выборки распределялись по небесной сфере равномерно. Неравномерность распределения может привести к появлению фиктивных гармоник. Во-вторых, всегда имеет место ход параллаксов по лучу зрения, так как близкие звезды имеют большие параллаксы, а далекие — малые. Ясно, что при изменении координат звезд этот эффект будет равносильен случайному отклонению звезды от среднего расстояния, что равносильно появлению случайной ошибки тех компонент собственных движений звезд, в которые входят параллаксы. Если считать, что

звезды выборки распределены по лучу зрения как случайные числа с равномерным распределением, то среднеквадратичное отклонение параллаксов от среднего значения будет определяться диапазоном расстояний звезд выборки ($r_{\max} - r_{\min}$). При отсутствии информации о расстояниях до звезд для уменьшения среднеквадратичных ошибок результатов необходимо, по крайней мере, выбирать звезды в небольших диапазонах звездных величин.

При соблюдении этих ограничений наша модель позволяет учесть систематический ход параллаксов по небесной сфере и получить теоретические соотношения, связывающие значения коэффициентов разложения собственных движений звезд по тороидальным и сфероидальным функциям с коэффициентами представления параллаксов звезд по скалярным сферическим функциям. Эти соотношения, представленные в табл. 1–3, позволяют провести исчерпывающий анализ вопроса о том, какие особенности в поведении модельных и внемодельных компонентов собственных движений звезд возникают от влияния систематического хода параллаксов звезд по небесной сфере. Оказывается, что систематический ход параллаксов по небесной сфере искажает все параметры линейной модели Огородникова–Милна, а также может являться причиной появления внемодельных гармоник. Наши результаты говорят о том, что поскольку каждая выборка звезд характеризуется своим собственным распределением параллаксов по небесной сфере, то появление внемодельных гармоник высокого порядка диктуется этим конкретным свойством данной выборки звезд. Другими словами, вклад параллактических коэффициентов в значения старших гармоник обуславливается конкретным набором параллаксов этой выборки. Следовательно, одна и та же внемодельная гармоника может проявиться в одной выборке звезд и исчезнуть в другой выборке. Тем не менее, нами и другими авторами было установлено, что гармоники S_{310} и T_{211} систематически обнаруживаются в различных выборках звезд из различных каталогов. В нашей работе последнему обстоятельству было уделено особое внимание, поскольку оно свидетельствует о том, что появление этих гармоник является следствием не только систематического хода параллаксов звезд по координатам. С помощью решений, выполненных отдельно по северному и южному галактическим полушариям для бело-голубых и красных гигантов по данным каталога HIPPARCOS, было показано, что основной причиной появления внемодельных гармоник S_{310} и T_{211} является замедление скорости вращения Галактики по мере удаления звезд от ее основной плоскости. Получены оценки вертикального градиента скорости вращения Галактики, равные $18.0 \pm$

± 2.9 и 22.7 ± 2.2 км/с/кпк для бело-голубых и красных гигантов соответственно.

Отметим также, что первоначальные исследования замедления скорости вращения Галактики производились различными косвенными методами. Например, Хансон (1989), исходя из увеличения компоненты V движения Солнца относительно звезд с возрастанием их расстояний от плоскости Галактики, установил, что для толстого диска Галактики (1–4 кпк) величина градиента равна 30 км/с/кпк. Опираясь на этот результат, Макаров и Мерфи (2007) сделали предположение, что замедление скорости вращения существует и в тонком диске (200–300 пк), и по данным каталога HIPPARCOS они определили значение градиента 20 км/с/кпк, что полностью подтверждается нашими результатами, полученными со значениями толщины диска от 500 до 800 пк. В отличие от перечисленных методов, наш подход можно отнести к классу прямых методов, поскольку мы обнаружили знакопеременность вертикального градиента изменения скорости из анализа параметров модели Огородникова–Милна, примененной отдельно к северному и южному галактическим полушариям, где этот градиент сохраняет свой знак.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арфкен Г., *Математические методы в физике* (М.: Атомиздат, 1970).
2. Бобылев и др. (V.V. Bobylev and M.Yu. Khovrichev), *MNRAS* **417**, 1952 (2011).
3. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К., *Квантовая теория углового момента* (Л.: Наука, 1975).
4. Вильямс, Высоцкий (E. Williams and A.N. Vyssotsky), *Astron. Nachr.* **53**, 58 (1947).
5. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **35**, 114 (2009) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, *Astron. Lett.* **35**, 100 (2009)].
6. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **37**, 940 (2011) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, *Astron. Lett.* **37**, 874 (2011)].
7. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **38**, 467 (2012) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, *Astron. Lett.* **38**, 411 (2012)].
8. В.В. Витязев, А.С. Цветков, *Вестн. СПбГУ Сер. 1*, Вып. 2, 138 (2013).
9. Витязев, Шуксто (V. Vityazev and A. Shuksto), *ASP Conf. Ser.* **316**, 230 (2004).
10. Витязев В.В., Шуксто А.К., *Вестн. СПбГУ Сер. 1*, Вып. 1, 116 (2005).
11. Горский и др. (K. M. Gorski, E. Hivon, A.J. Banday et. al.), *Astrophys. J.* **622**, 759 (2005).

12. Дю Монт (V.A. du Mont), *Astron. Astrophys.* **61**, 127 (1977).
13. Макаров, Мерфи (V.V. Makarov and D.W. Murphy), *Astron. J.* **134**, 367 (2007).
14. Миньяр, Клионер (F. Mignard and S. Klioner), *Astron. Astrophys.* **547**, A59 (2012).
15. Миньяр, Морандо (F. Mignard and B. Morando), *Journées 90. Systemes de Reference Spatio-Temporels. Paris*, p. 151 (1990).
16. Миямото и др. (M. Miyamoto, M. Soma, and M. Yokoshima), *Astron. J.* **105**, 2138 (1993).
17. Огородников К.Ф., *Динамика звездных систем* (М.: Физматгиз, 1965).
18. Оллинг, Денен (R.P. Olling and W. Dehnen), *Astrophys. J.* **599**, 275 (2003).
19. Оорт (J.H. Oort), *Colloq. Intern. Centre Natl., Rech. Sci. (Paris) XXV*, 55 (1950).
20. Фрикке (W. Fricke), *Astron. J.* **72**, 1355 (1967).
21. Хансон, (R. Hanson), *Astron. J.* **94**, 409 (1989).
22. Цзы Чжу (Zi Zhu), *Publ. Astron. Soc. Japan* **52**, 1133 (2000).
23. Шенрих и др. (R. Schonrich, J. Binney, and M. Asplund), *MNRAS* **420**, 1281 (2012).