

УДК 521.9

МЕТОД ИГНОРИРОВАНИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ХОДА ПАРАЛЛАКСОВ ЗВЕЗД ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ ПРИ КИНЕМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ИХ СОБСТВЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ

© 2014 г. В. В. Витязев*, А. С. Цветков**

Санкт-Петербургский государственный университет

Поступила в редакцию 23.11.2013 г.

Предложен метод получения параметров поля скоростей, свободных от искажений, возникающих от систематического хода параллакс звезд по небесной сфере. Метод основан на аппроксимации параллакс как функции координат на сфере с помощью сферических функций и может применяться в тех случаях, когда движение Солнца не может быть исключено из собственных движений звезд. Численные эксперименты показали, что наш метод способен получить точные значения координат апекса движения Солнца, а также оценить кинематические параметры модели Огородникова–Милна с точностью до трех коэффициентов разложения параллакс по сферическим функциям первого порядка. Приводятся примеры применения метода к собственным движениям звезд каталога HIPPARCOS, допускающего проверку результатов с помощью тригонометрических параллакс. Было найдено, что такая проверка дает положительный результат только для близких звезд, удаленных от Солнца на расстояния, не превышающие 400 пк и для которых параллакс определены с относительной погрешностью не хуже 30%. Интересной особенностью этого метода является то, что он позволяет построить в галактической системе координат форму фигуры, поверхность которой описывает отличия распределения параллакс от сферы, соответствующей среднему параллаксу изучаемой выборки звезд. Особо подчеркнем, что все это делается при полном отсутствии сведений о параллаксах звезд. Основным источником информации о параллаксах здесь являются “солнечные члены” собственных движений звезд, которые формируются при произведении параллакс на компоненты скорости движения Солнца относительно центроида звезд.

Ключевые слова: астрометрия, собственные движения звезд, параллакс, сферические функции, звездная кинематика, Hipparcos.

DOI: 10.7868/S0320010814060047

ВВЕДЕНИЕ

Кинематический анализ собственных движений звезд в системе ICRS является важным методом получения информации о движении Солнца в пространстве и о вращении Галактики. При этом помимо координат и самих собственных движений звезд требуется знание расстояний до звезд или их годовых параллакс. В большинстве астрометрических каталогов параллакс имеют низкую точность, обусловленную косвенными методами их определения путем сравнения абсолютных и видимых звездных величин. Такой подход, как было показано в работе (Шенрих и др., 2012), приводит в результаты определения расстояний систематические ошибки, источником которых являются принятые значения астрофизических параметров

звезд (класс светимости, возраст, металличность и др.). Тем не менее, современные методы фотометрии позволяют надеяться на то, что в недалеком будущем точность получения фотометрических параллакс звезд станет сравнимой с точностью абсолютных тригонометрических параллакс. В настоящее время надежные тригонометрические параллакс для более чем 100 тысяч звезд можно найти только в каталоге HIPPARCOS (Перриман и др., 1997) и в его улучшенной версии (Левен, 2007). В массовых астрометрических каталогах UCAC4 (Захариас и др., 2013), PRMXL (Резер и др., 2010) оценки расстояний (параллакс) совсем отсутствуют.

При использовании линейных моделей, справедливых для звезд, удаленных от Солнца на расстояния до 1–2 кпк, параллакс входят только в те члены, которые содержат компоненты скорости движения Солнца относительно звезд. В идеаль-

* Электронный адрес: ai@astro.spbu.ru

** Электронный адрес: tsvetkov@AC1072.spbu.edu

ном случае, когда все звезды расположены на одном и том же (неизвестном) расстоянии от Солнца, можно получить точные оценки кинематических параметров поля скоростей звезд. При этом единственной потерей будет то, что компоненты скорости движения Солнца относительно звезд будут определены с точностью до постоянного множителя, равного параллаксу звезд. Эта идея традиционно используется в реальности, когда информация о параллаксах отсутствует. Разумеется, при этом кинематические параметры определяются приближенно, а вместо компонентов скорости движения Солнца мы получаем их оценки, умноженные на среднее значение параллаксов звезд.

В силу ряда причин (конечная толщина диска Галактики, присутствие пылевой компоненты вблизи основной плоскости Галактики и пр.) параллаксы звезд могут иметь систематический ход по небесной сфере. Этот эффект был известен давно, и его учет производился разными авторами разными способами. Например, подавление зависимости параллаксов от галактической широты компенсировалось введением так называемых параллактических факторов (Вильямс, Высоцкий, 1947); возникновение фиктивных вращений, обусловленных зависимостью параллаксов от долготы, изучалось Оортом (1950); в своих работах по определению постоянной прецессии Фрикке (1968) использовал фотометрические оценки расстояний для назначения параллактических факторов, компенсирующих отсутствие точных тригонометрических параллаксов звезд. Новый подход к этой проблеме был сделан в работе Оллинга и др. (2003). Здесь было показано, что систематический ход параллаксов звезд по небесной сфере приводит к искажению искомым значений параметров кинематической модели из-за эффекта смешивания гармоник. В указанной работе этот эффект был изучен на примере упрощенной кинематической модели, в которую не были включены эффекты в плоскостях, перпендикулярных основной плоскости Галактики. Кроме того, смешивание гармоник изучалось в одномерном варианте зависимости параллаксов только от долготы. В силу этих упрощений в цитированной работе основным математическим аппаратом стало использование рядов Фурье как для представления собственных движений звезд, так и их параллаксов. Такой подход ограничил возможность учета зависимости параллаксов от долготы узкой зоной широт вблизи Галактического экватора.

В работе авторов (Витязев, Цветков, 2013) указанная проблема решалась с помощью представления параллаксов звезд с помощью сферических функций вместо рядов Фурье. Зависимость сферических функций от двух координат позволила изучить эффект смешивания гармоник не

только по долготе, но и по широте. В этой работе было изучено влияние коэффициентов разложения параллаксов по сферическим функциям (в дальнейшем — параллактических коэффициентов) на численные значения параметров модели Огородникова—Милна. Следующая работа (Витязев, Цветков, 2014) была посвящена изучению эффекта смешивания гармоник при выполнении кинематического анализа собственных движений звезд с помощью векторных сферических функций (Витязев, Цветков, 2009). С этой целью сделан вывод соотношений, показывающих вклад параллактических коэффициентов во все коэффициенты разложения собственных движений по векторным сферическим функциям. Основной упор здесь сделан на объяснение причин возникновения “внемоделных” гармоник, обнаруженных ранее в работах Витязева и Шуксто, (2004, 2005), Макарова и Мерфи, (2007), Витязева и Цветкова, (2009). В указанных работах решалась прямая задача — определение влияния коэффициентов разложения параллаксов звезд по сферическим функциям на получение параметров поля скоростей. Основная цель настоящей работы заключается в решении обратной задачи — получении по собственным движениям звезд коэффициентов разложения параллаксов по сферическим функциям и оценок кинематических параметров, свободных от влияния этих коэффициентов.

ПАРАМЕТРЫ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД

В нашей работе для анализа собственных движений звезд мы будем использовать линейную модель Огородникова—Милна (Огородников, 1965, Дю Монт, 1977). Введем прямоугольную галактическую систему координат x, y, z , начало отсчета которой совпадает с положением Солнца, ось x направлена в центр Галактики, ось y — по направлению вращения Галактики, а ось z — перпендикулярно к плоскости Галактики. В этой системе координат поле скоростей звезд представляется линейным выражением

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{M}^+ \mathbf{r}, \quad (1)$$

где \mathbf{V} — скорость звезды, \mathbf{V}_0 — влияние поступательного движения Солнца, $\boldsymbol{\Omega}$ — угловая скорость твердотельного вращения звездной системы, \mathbf{M}^+ — симметричный тензор деформации поля скоростей, \mathbf{r} — гелиоцентрический радиус-вектор звезды.

Модель Огородникова—Милна содержит 12 параметров:

U, V, W — компоненты вектора скорости поступательного движения Солнца \mathbf{V}_0 относительно звезд;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — компоненты вектора твердотельного вращения Ω ;

$M_{11}^+, M_{22}^+, M_{33}^+$ — параметры тензора \mathbf{M}^+ , описывающие сжатие-растяжение поля скоростей вдоль главных галактических осей;

$M_{12}^+, M_{13}^+, M_{23}^+$ — параметры тензора \mathbf{M}^+ , описывающие деформацию поля скоростей в основной и двух перпендикулярных к ней плоскостях.

Спроецировав уравнение (1) на орты галактической системы координат и введя множитель $K = 4.74$ для перевода размерности собственных движений звезд мсд/год в км/с/кпк, мы получим

$$\begin{aligned}
 K\mu_l \cos b &= U\pi \sin l - V\pi \cos l - & (2) \\
 -\omega_1 \sin b \cos l - \omega_2 \sin b \sin l + \omega_3 \cos b - \\
 -M_{13}^+ \sin b \sin l + M_{23}^+ \sin b \cos l + \\
 +M_{12}^+ \cos b \cos 2l - \frac{1}{2}M_{11}^* \cos b \sin 2l, \\
 K\mu_b &= U\pi \cos l \sin b + V\pi \sin l \sin b - & (3) \\
 -W\pi \cos b + \omega_1 \sin l - \omega_2 \cos l - \\
 -\frac{1}{2}M_{12}^+ \sin 2b \sin 2l + M_{13}^+ \cos 2b \cos l + \\
 +M_{23}^+ \cos 2b \sin l - \\
 -\frac{1}{4}M_{11}^* \sin 2b \cos 2l + \frac{1}{2}X \sin 2b.
 \end{aligned}$$

В этих формулах введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 M_{11}^* &= M_{11}^+ - M_{22}^+, & (4) \\
 X &= M_{33}^+ - \frac{1}{2}(M_{11}^+ + M_{22}^+), \\
 Y &= \frac{1}{3}(M_{11}^+ + M_{22}^+ + M_{33}^+).
 \end{aligned}$$

Обычно анализ поля скоростей производится с помощью решения основных кинематических уравнений (2), (3) относительно параметров модели Огородникова–Милна в локальной системе координат, движущейся вокруг центра Галактики вместе с Солнцем. Переход в галактоцентрическую цилиндрическую систему координат помогает получить информацию, относящуюся к Галактике в целом (Миямото и др., 1993; Витязев, Цветков, 2012).

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ХОДА ПАРАЛЛАКСОВ ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

Как уже было сказано выше, для проведения кинематического анализа звезд необходимо знать их параллаксы. В тех случаях, когда параллаксы

не известны (это скорее правило, чем исключение), приходится в уравнениях (2), (3) полагать, что все звезды находятся от нас на одинаковом расстоянии. В этом случае мы сможем определить параметры движения Солнца лишь с точностью до среднего параллакса $\hat{\pi}$. Однако параллаксы звезд могут иметь систематический ход по небесной сфере, и это надо учитывать при выполнении кинематического анализа собственных движений звезд. В принципе, возможны различные способы моделирования систематического хода параллакс-ов, однако, эти модели зависят от конкретного набора звезд и могут существенно меняться при переходе от одной выборки звезд к другой. Повидимому, универсальной моделью может служить представление параллакс-ов с помощью линейной комбинации сферических функций, поскольку в этом случае конкретную зависимость параллакс-ов от координат можно описать просто различным набором коэффициентов разложения. Этот прием был успешно использован нами в предыдущих статьях (Витязев, Цветков, 2013, 2014), в которых использовалось следующее представление параллакс-ов:

$$\pi(l, b) = \sum_{nkp} \pi_{nkp} K_{nkp}(l, b), \quad (5)$$

где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970)

$$\begin{aligned}
 K_{nkp}(l, b) &= & (6) \\
 &= R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k = 0, \quad p = 1; \\ P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, \quad p = 0; \\ P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases} \\
 R_{nk} &= \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0; \\ 1, & k = 0. \end{cases} & (7)
 \end{aligned}$$

В формуле (6) через l и b обозначены соответственно долгота и широта точки на сфере, ($0 \leq l \leq 2\pi$; $-\pi/2 \leq b \leq \pi/2$); через $P_{nk}(b)$ — полиномы Лежандра (при $k = 0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k > 0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{aligned}
 P_{nk}(b) &= \sin b \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(b) - & (8) \\
 -\frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b), & \quad k=0,1,\dots \\
 & \quad n=k+1, k+2,\dots \\
 P_{kk}(b) &= \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k b \\
 P_{k+1,k}(b) &= \frac{(2k+2)!}{2^{k+1} (k+1)!} \cos^k b \sin b.
 \end{aligned}$$

Таблица 1. Значения параметров модели Огородникова–Милна, полученные методом среднего параллакса, с учетом параллактических коэффициентов формулы (5)

Решение МСП	Точное значение	Влияние систематического хода параллаксов по сфере
(W)	$W\hat{\pi}$	$-0.109U\pi_{211} - 0.109V\pi_{210} - 0.126W\pi_{201}$
(V)	$V\hat{\pi}$	$-0.109U\pi_{220} + 0.063V\pi_{201} + 0.109V\pi_{221} - 0.109W\pi_{210}$
(U)	$U\hat{\pi}$	$-0.109U\pi_{221} + 0.063U\pi_{201} - 0.109V\pi_{220} - 0.109W\pi_{211}$
(ω_3)	ω_3	$0.245U\pi_{110} - 0.245V\pi_{111}$
(M_{12}^+)	M_{12}^+	$-0.245U\pi_{110} - 0.044U\pi_{310} + 0.169U\pi_{330}$ $-0.245V\pi_{111} - 0.044V\pi_{311} - 0.169V\pi_{331} + 0.138W\pi_{320}$
(ω_2)	ω_2	$-0.245U\pi_{101} + 0.245W\pi_{111}$
(M_{13}^+)	M_{13}^+	$0.138V\pi_{320} - 0.245U\pi_{101} - 0.107U\pi_{301} + 0.138U\pi_{321}$ $-0.245W\pi_{111} + 0.174W\pi_{311}$
(ω_1)	ω_1	$0.245V\pi_{101} - 0.245W\pi_{110}$
(M_{23}^+)	M_{23}^+	$0.138U\pi_{320} - 0.245V\pi_{101} - 0.107V\pi_{301} - 0.138V\pi_{321}$ $-0.245W\pi_{110} + 0.174W\pi_{310}$
(M_{11}^*)	M_{11}^*	$-0.489U\pi_{111} - 0.088U\pi_{311} + 0.338U\pi_{331}$ $+0.489V\pi_{110} + 0.088V\pi_{310} + 0.338V\pi_{330} + 0.276W\pi_{321}$
(X)	X	$0.243U\pi_{111} + 0.260U\pi_{311}$ $+0.243V\pi_{110} + 0.260V\pi_{310}$ $-0.486W\pi_{101} + 0.318W\pi_{301}$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций \mathbf{V}_{nkr} одним индексом j , где

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \quad (9)$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint_{\Omega} (K_i \cdot K_j) d\omega = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j. \end{cases} \quad (10)$$

Другими словами, набор функций K_{nkr} образуют на сфере ортонормированную систему функций.

АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗВЕЗД ПРИ УЧЕТЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАЛЛАКСОВ ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ

Для удобства дальнейшего изложения введем следующие обозначения методов решения основных кинематических уравнений (2), (3):

- МУП — метод учета параллаксов. Этот метод является строгим методом решения нашей задачи, когда параметры модели Огородникова–Милна определяются из совместного решения уравнений (2), (3) при использовании значений параллаксов каждой звезды.

- МСП — метод среднего параллакса. Этот метод заключается в совместном решении уравнений (2), (3) при предположении о равенстве параллаксов всех звезд. В результате вместо значений компонентов скорости движения Солнца мы получаем произведения вида $U\hat{\pi}$, $V\hat{\pi}$, $W\hat{\pi}$, где $\hat{\pi}$ — средний параллакс выборки звезд.

Очевидно, что в тех случаях, когда параллаксы звезд не являются постоянными, результаты МСП будут отягощены эффектами зависимости параллаксов звезд от координат. В табл. 1 показано, как коэффициенты формулы (5) проникают в результаты решения уравнений (2), (3) методом среднего параллакса.

ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД СРЕДНЕГО ПАРАЛЛАКСА

Нетрудно понять, что метод среднего параллакса соответствует частному случаю представления параллаксов по сферическим функциям (5), когда вместо полного разложения принимается во внимание лишь первый член, то есть гармоника $\pi_{001}K_{001}(l, b)$, не зависящая от координат. Распространим метод среднего параллакса и на остальные

члены разложения (5). Для этого перепишем уравнения (2), (3) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}\mu_l \cos b &= \sum_{nkp} v_{nkp} \phi_{nkp}(l, b) - \quad (11) \\ &- \omega_1 \sin b \cos l - \omega_2 \sin b \sin l + \omega_3 \cos b - \\ &- M_{13}^+ \sin b \sin l + M_{23}^+ \sin b \cos l + \\ &+ M_{12}^+ \cos b \cos 2l - \frac{1}{2} M_{11}^* \cos b \sin 2l, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{K}\mu_b &= \sum_{nkp} v_{nkp} \psi_{nkp}(l, b) + \quad (12) \\ &+ \omega_1 \sin l - \omega_2 \cos l - \frac{1}{2} M_{12}^+ \sin 2b \sin 2l + \\ &+ M_{13}^+ \cos 2b \cos l + M_{23}^+ \cos 2b \sin l - \\ &- \frac{1}{4} M_{11}^* \sin 2b \cos 2l + \frac{1}{2} X \sin 2b, \end{aligned}$$

где введены следующие обозначения:

$$\phi_{nkp}(l, b) = \left(\frac{U}{V} \sin(l) - \cos(l) \right) K_{nkp}(l, b), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \psi_{nkp}(l, b) &= \left(\frac{U}{V} \cos(l) \sin(b) + \quad (14) \right. \\ &+ \left. \sin(l) \sin(b) - \frac{W}{V} \cos(b) \right) K_{nkp}(l, b). \end{aligned}$$

Очевидно, что теперь при решении этих уравнений наряду с кинематическими параметрами $\omega_1, \omega_2, \omega_3, M_{23}^+, M_{13}^+, M_{12}^+, M_{11}^*, X$ мы будем искать значения $v_{nkp} = V\pi_{nkp}$, соответствующие некоторому набору индексов nkp вместо одного индекса (001), когда мы искали значение $v_{001} = V\pi_{001} = 3.545V\hat{\pi}$ в методе среднего параллакса. Заметим, что при отсутствии параллаксов вместо трех компонентов скорости движения Солнца мы можем определить лишь их отношения, входящие в функции (13), (14). Начальные значения этих отношений берутся из решения уравнений (2), (3) традиционным методом среднего параллакса, а затем уточняются методом последовательных приближений при решении модификаций уравнений (11), (12). Такой подход существенно сокращает число неизвестных, то есть, вместо неизвестных $U\pi_{nkp}, V\pi_{nkp}, W\pi_{nkp}$ мы будем определять только $v_{nkp} = V\pi_{nkp}$. Остальные коэффициенты при этом вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} u_{nkp} &= U\pi_{nkp} = \frac{U}{V} v_{nkp}; \quad (15) \\ w_{nkp} &= W\pi_{nkp} = \frac{W}{V} v_{nkp}. \end{aligned}$$

Будем называть в дальнейшем коэффициенты v_{nkp} и функции $\phi_{nkp}(l, b), \psi_{nkp}(l, b)$ четными или

нечетными в зависимости от четности индекса n . В этом смысле множество функций (13), (14) можно разбить на два подмножества. Первое из них, состоящее из четных функций, обладает свойством ортогональности ко всем базисным функциям модели Огородникова—Милна (2), (3).

Как следует из табл. 1, при проведении решения МСП четные коэффициенты $u_{nkp}, v_{nkp}, w_{nkp}$ описывают влияние неравномерности распределения параллаксов по небесной сфере на определение величин $U\hat{\pi}, V\hat{\pi}, W\hat{\pi}$ и, следовательно, на определение координат апекса движения Солнца. В свою очередь нечетные коэффициенты оказывают влияние только на параметры $\omega_1, \omega_2, \omega_3, M_{23}^+, M_{13}^+, M_{12}^+, M_{11}^*, X$.

К сожалению, полный набор нечетных коэффициентов разложения параллаксов и полный набор параметров модели Огородникова—Милна (без солнечных членов) получить невозможно по той причине, что функции первого порядка $\phi_{nkp}(l, b), \psi_{nkp}(l, b)$ ($n = 1$) являются линейными комбинациями базисных функций уравнений (2), (3). По этой причине уравнения (11), (12) можно решить только после уменьшения числа определяемых параметров. Это можно сделать несколькими способами. Первый заключается в исключении коэффициентов $v_{101}, v_{110}, v_{111}$. В этом случае эти уравнения приобретают следующий вид:

$$\mathcal{K}\mu_l \cos b = \sum_{n \neq 1,k,p} v_{nkp} \phi_{nkp}(l, b) - \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &- \hat{\omega}_1 \sin b \cos l - \hat{\omega}_2 \sin b \sin l + \hat{\omega}_3 \cos b - \\ &- \hat{M}_{13}^+ \sin b \sin l + \hat{M}_{23}^+ \sin b \cos l + \\ &+ \hat{M}_{12}^+ \cos b \cos 2l - \frac{1}{2} \hat{M}_{11}^* \cos b \sin 2l, \end{aligned}$$

$$\mathcal{K}\mu_b = \sum_{n \neq 1,k,p} v_{nkp} \psi_{nkp}(l, b) + \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &+ \hat{\omega}_1 \sin l - \hat{\omega}_2 \cos l - \frac{1}{2} \hat{M}_{12}^+ \sin 2b \sin 2l + \\ &+ \hat{M}_{13}^+ \cos 2b \cos l + \hat{M}_{23}^+ \cos 2b \sin l - \\ &- \frac{1}{4} \hat{M}_{11}^* \sin 2b \cos 2l + \frac{1}{2} X \sin 2b. \end{aligned}$$

Определяемые из этих уравнений параметры модели Огородникова—Милна будут отягощены влиянием отброшенных гармоник с коэффициентами

$v_{101}, v_{110}, v_{111}$ В СООТВЕТСТВИИ С СООТНОШЕНИЯМИ

$$\begin{bmatrix} \hat{\omega}_3 \\ \hat{M}_{12} \\ \hat{\omega}_2 \\ \hat{M}_{13} \\ \hat{\omega}_1 \\ \hat{M}_{23} \\ \hat{M}_{11}^* \\ \hat{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_3 \\ M_{12} \\ \omega_2 \\ M_{13} \\ \omega_1 \\ M_{23} \\ M_{11}^* \\ X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.245 \frac{U}{V} & -0.245 \\ 0 & -0.245 \frac{U}{V} & -0.245 \\ -0.245 \frac{U}{V} & 0 & 0.245 \frac{W}{V} \\ -0.245 \frac{U}{V} & 0 & -0.245 \frac{W}{V} \\ 0.245 & -0.245 \frac{W}{V} & 0 \\ -0.245 & -0.245 \frac{W}{V} & 0 \\ 0 & 0.489 & -0.489 \frac{U}{V} \\ -0.486 \frac{W}{V} & 0.243 & 0.243 \frac{U}{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{101} \\ v_{110} \\ v_{101} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Существует и другая модификация уравнений (11), (12). Она основана на исключении из числа неизвестных параметров модели Огородникова–Милна, описывающих кинематику в плоскостях, перпендикулярных основной плоскости Галактики. Уравнения этой модели имеют вид

$$\mathcal{K}\mu_l \cos b = \sum_{nkp} v_{nkp} \phi_{nkp}(l, b) + \omega_3 \cos b + \quad (19)$$

$$+ M_{12}^+ \cos b \cos 2l - \frac{1}{2} M_{11}^* \cos b \sin 2l,$$

$$\mathcal{K}\mu_b = \sum_{nkp} v_{nkp} \psi_{nkp}(l, b) - \quad (20)$$

$$- \frac{1}{2} M_{12}^+ \sin 2b \sin 2l - \frac{1}{4} M_{11}^* \sin 2b \cos 2l + \\ + \frac{1}{2} X \sin 2b.$$

В этом случае все нечетные коэффициенты v_{nkp} и параметры модели Огородникова–Милна $\omega_3, M_{12}^+, M_{11}^*, X$ окажутся отягощенными значениями отброшенных параметров $\omega_2, M_{13}^+, \omega_1, M_{23}^+$. Например, при значениях $U/V = 0.5$ и $W/V = 0.5$ погрешности указанных величин имеют следующие

значения:

$$\begin{bmatrix} \Delta v_{101} \\ \Delta v_{110} \\ \Delta v_{111} \\ \Delta v_{301} \\ \Delta v_{310} \\ \Delta v_{311} \\ \Delta v_{320} \\ \Delta v_{321} \\ \Delta v_{330} \\ \Delta v_{331} \\ \Delta \omega_3 \\ \Delta M_{12}^+ \\ \Delta M_{11}^* \\ \Delta X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.82 & -0.82 & 1.64 & -1.64 \\ -0.55 & -0.55 & -4.36 & -3.82 \\ 5.19 & -2.99 & 0.55 & -0.55 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.11 & -0.11 & -0.06 & 0.06 \\ 0.22 & 0.22 & 0.11 & -0.11 \\ 0.31 & 0.31 & 0.16 & -0.16 \\ 0.42 & 0.42 & 0.21 & -0.21 \\ 0.10 & 0.10 & 0.05 & -0.05 \\ -0.02 & -0.02 & -0.01 & 0.01 \\ 1.34 & -0.67 & 0.67 & 0.33 \\ 1.18 & -0.83 & -0.41 & -0.59 \\ 1.47 & -0.53 & 2.23 & 1.77 \\ -0.70 & -0.30 & 1.40 & 0.60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ M_{13}^+ \\ \omega_1 \\ M_{23}^+ \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Таким образом, задача кинематического анализа собственных движений звезд при отсутствии сведений об их параллаксах сводится к решению уравнений (16), (17) или (19), (20).

В каждом случае алгоритм получения указанных величин состоит из следующей последовательности действий:

1. По взятой выборке звезд проводится МСП-решение уравнений (2), (3). С помощью полученных значений (U), (V), (W) оцениваются начальные значения отношений

$$\frac{U}{V} = \frac{(U)}{(V)}; \quad \frac{W}{V} = \frac{(W)}{(V)}.$$

Эти значения отягощены ходом параллакса по небесной сфере. Устранение этих влияний делается итеративно (пп. 2–4).

2. Проводится итерационное решение уравнений (16), (17) или (19), (20).

В первой итерации используются значения $\frac{U}{V}, \frac{W}{V}$, взятые из п. 1; потом, в процессе итераций, они вычисляются в п. 4.

По формулам (22) для всех используемых индексов вычислим значения u_{nkp} и w_{nkp}

$$u_{nkp} = U\pi_{nkp} = \frac{U}{V}v_{nkp}; \quad (22)$$

$$w_{nkp} = W\pi_{nkp} = \frac{W}{V}v_{nkp}. \quad (23)$$

3. Теперь, на основании табл. 1, используя полученные в п. 1 значения (U) , (V) , (W) , найдем

$$\hat{W} = (W) + (0.109u_{211} + 0.109v_{210} + 0.126w_{201}); \quad (24)$$

$$\hat{V} = (V) + (0.109u_{220} - 0.063v_{201} - 0.109v_{221} + 0.109w_{210}); \quad (25)$$

$$\hat{U} = (U) + (0.109u_{221} - 0.063u_{201} + 0.109v_{220} + 0.109w_{211}). \quad (26)$$

4. С помощью (24)–(26) получим улучшенные значения отношений

$$\frac{U}{V} = \frac{\hat{U}}{\hat{V}}; \quad \frac{W}{V} = \frac{\hat{W}}{\hat{V}}.$$

5. Повторяем пункты 2–4 до тех пор, пока не будет достигнута разумная сходимость значений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$.

Мы видим, что решение уравнений (16), (17) методом итераций позволяет определить:

- свободные от влияния параллактических коэффициентов значения отношений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$, через которые определяются координаты апекса Солнца:

$$L = \arct\left(\frac{V}{U}\right); \quad (27)$$

$$B = \arct\left(\frac{\frac{W}{V}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U}{V}\right)^2}}\right); \quad (28)$$

- с точностью до множителя V коэффициенты разложения параллакса по сферическим функциям $v_{nkp} = V\pi_{nkp}$ при $n = 0, 2, 3, 4$;
- линейные комбинации параметров модели Огородникова–Милна (18) и нечетных параллактических коэффициентов v_{101} , v_{110} , v_{111} .

Очевидно, что при решении нашим методом итераций уравнений (19), (20) мы получим те же самые значения отношений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и координат апекса Солнца, что и при решении уравнений (16), (17). Кроме того, мы получим полный набор параллактических коэффициентов при $n = 0, 1, 2, 3, 4$ и кинематические параметры ω_3 , M_{12}^+ , M_{11}^* , X . Однако, как уже было сказано выше, все нечетные коэффициенты v_{npk} и параметры модели Огородникова–Милна ω_3 , M_{12}^+ , M_{11}^* , X окажутся отягощенными значениями отброшенных параметров ω_2 , M_{13}^+ ,

ω_1 , M_{23}^+ . Например, при значениях $U/V = 0.5$ и $W/V = 0.5$ погрешности указанных величин задаются формулами (21). При изменении величин U/V и W/V от 1/3 до 1/2 численные значения в этой формуле меняются в пределах 30%.

ТЕСТИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА

Проверка работы нашего алгоритма была сделана с помощью двух искусственных каталогов. Обычно из-за большого объема перерабатываемой информации проводится предварительная пикселизация данных на сфере. Применительно к нашей задаче схема пикселизации должна удовлетворять требованию равномерного следования центров пикселей как по широте, так и по долготе. Этому требованию удовлетворяют две схемы. Одна из них — схема HEALPix (Горски и др., 2005), вторая — так называемая равномерная цилиндрическая проекция (ЕСР — Equidistant Cylindrical Projection). Подробное обсуждение алгоритмов пикселизации проведено нами в статье (Витязев, Цветков, 2009). В данной работе мы построили искусственные каталоги для координат 428 центров сферических трапеций, полученных делением экватора и меридиана соответственно на 24 и 18 частей. Для первого каталога в этих точках были вычислены модельные собственные движения, соответствующие следующим значениям параметров уравнений (16), (17), (18): $U = 9$, $V = 17$, $W = 7$, $\omega_3 = -14$, $M_{12}^+ = 14$, $\omega_2 = -4$, $M_{13}^+ = -1.3$, $\omega_1 = -0.7$, $M_{23}^+ = 1$, $M_{11}^* = -10$, $X = 10$, $\pi_{001} = 35$, $\pi_{201} = 7$, $\pi_{220} = 5$, $\pi_{221} = 5$, $\pi_{320} = 7$, $\pi_{321} = 7$. Все остальные коэффициенты формулы (5) были положены равными нулю.

Соответственно, для второго каталога, при обработке которого использовались уравнения (19), (20), был взят следующий набор значений: $U = 9$, $V = 17$, $W = 7$, $\omega_3 = -14$, $M_{12}^+ = 14$, $\omega_2 = 0$, $M_{13}^+ = 0$, $\omega_1 = 0$, $M_{23}^+ = 0$, $M_{11}^* = -10$, $X = 10$, $\pi_{001} = 35$, $\pi_{101} = 4$, $\pi_{110} = 4$, $\pi_{111} = 4$, $\pi_{201} = 7$, $\pi_{220} = 5$, $\pi_{221} = 5$, $\pi_{320} = 7$, $\pi_{321} = 7$. Все остальные коэффициенты формулы (5) были положены равными нулю.

Заданным компонентам скорости движения Солнца соответствуют координаты апекса $L = 62^\circ 103'$; $B = 19.997^\circ$. Для имитации ошибок к искусственным собственным движениям прибавлялись нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и со среднеквадратичной ошибкой $6 \cos b$ км/с/кпк по долготе и $\sigma = 6$ км/с/кпк по широте. С учетом осреднения собственных движений по выбранным площадкам (приблизительно 30 звезд на одну площадку), это соответствует точности собственных

Таблица 2. Численные эксперименты (первый каталог). Заданные и восстановленные значения параметров уравнений (16), (17). Единицы измерения: компоненты скорости движения Солнца U, V, W — км/с, остальные параметры — км/с/кпк

Параметры	Заданные значения	МСП	Метод итераций
U	9	78.79 ± 2.68	—
V	17	179.54 ± 2.68	—
W	7	62.32 ± 2.69	—
ω_3	-14	-13.81 ± 2.69	-13.95 ± 0.32
M_{12}^+	14	19.47 ± 3.47	12.96 ± 0.49
ω_2	-4	-4.31 ± 2.68	-4.02 ± 0.32
M_{13}^+	-1.3	24.27 ± 3.46	-0.55 ± 0.46
ω_1	-0.7	-0.38 ± 2.68	-0.42 ± 0.32
M_{23}^+	1.0	-6.76 ± 3.46	0.92 ± 0.48
M_{11}^*	-10	3.073 ± 6.93	-10.10 ± 0.97
X	10	11.44 ± 6.00	11.64 ± 0.80

Таблица 3. Численные эксперименты (второй каталог). Заданные и восстановленные значения параметров уравнений (19), (20). Единицы измерения: компоненты скорости движения Солнца U, V, W — км/с, остальные параметры — км/с/кпк

Параметры	Заданные значения	МСП	Метод итераций
U	9	79.03 ± 2.68	—
V	17	180.34 ± 2.68	—
W	7	63.12 ± 2.69	—
ω_3	-14	-21.5 ± 2.69	-13.935 ± 0.843
M_{12}^+	14	-5.20 ± 3.47	13.838 ± 0.964
ω_2	—	-2.13 ± 2.68	—
M_{13}^+	—	9.95 ± 3.45	—
ω_1	—	10.02 ± 2.68	—
M_{23}^+	—	-31.31 ± 3.45	—
M_{11}^*	-10	19.28 ± 6.93	-9.874 ± 1.872
X	10	22.60 ± 6.00	10.472 ± 1.185

движений звезд в случайном отношении на уровне 7 мсд в год.

Приведем результаты численных экспериментов. Для наших двух каталогов стандартные МНК-решения уравнений (2), (3) при $\pi(l, b) = 1$ и результаты, полученные методом итераций, показаны в табл. 2 и 3. Начальные значения отношений $\frac{U}{V}$; $\frac{W}{V}$, вычисленные по данным табл. 2 и 3, результаты их уточнений методом итераций, а также отвечающие им галактические координаты L и B апекса движения Солнца среди звезд показаны в табл. 4 и 5. Результаты восстановления параллактических коэффициентов v_{nkp}/V показаны в табл. 6. Эти таблицы показывают, во-первых, степень искажения заданных значений кинематических параметров за счет проникновения коэффициентов разложения параллакса по сферическим функциям в результаты МСП (эти результаты находятся в хорошем согласии с данными табл. 1). Во-вторых, в этих таблицах видны результаты исправления указанных искажений с помощью нашего метода итераций.

Подводя итог численным экспериментам, можно сказать, что совпадение (в пределах среднеквадратичных ошибок) заданных координат апекса Солнца со значениями, полученными методом итераций, свидетельствует о надежности нашего метода. Кроме того, эти результаты надежно фиксируют смещение апекса Солнца на 4.2 градуса по долготе и на 2.2 градуса по широте для обоих искусственных каталогов. Результаты восстановления параллактических коэффициентов v_{nkp}/V , показанные в табл. 6, также говорят о том, что наш метод способен воспроизводить относительные изменения параллакса в различных участках небесной сферы при полном отсутствии информации о самих параллаксах.

Следует особо подчеркнуть, что в этих примерах мы сознательно положили равными нулю значения нечетных коэффициентов первого порядка v_{101} , v_{110} , v_{111} (первый каталог) и значения кинематических параметров в плоскостях, перпендикулярных основной плоскости Галактики, ω_1 , ω_2 , M_{23}^+ , M_{13}^+ (второй каталог). Это позволило не только исправить значения координат апекса Солнца, но и полностью восстановить заданные величины параметров модели Огородникова—Милна. Вполне понятно, что в реальных случаях, когда мы не можем гарантировать равенство нулю параметров v_{101} , v_{110} , v_{111} , наш метод ограничивает свои возможности только исправлением координат апекса Солнца и получением с точностью до значения компоненты скорости V коэффициентов представления параллакса по сферическим функциям при $n = 0, 2, 3, 4$.

Таблица 4. Численные эксперименты (первый каталог). Значения отношений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и галактические координаты L , B апекса движения Солнца (градусы)

Метод	$\frac{U}{V}$	$\frac{W}{V}$	Долгота L	Широта B
МСП	0.439 ± 0.016	0.347 ± 0.016	66.299 ± 0.769	17.627 ± 0.769
Метод итераций	0.530 ± 0.018	0.408 ± 0.017	62.076 ± 0.805	19.824 ± 0.774
Точные значения	0.529 ± 0	0.412 ± 0	62.103 ± 0	19.997 ± 0

Таблица 5. Численные эксперименты (второй каталог). Значения отношений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и галактические координаты L , B апекса движения Солнца (градусы)

Метод	$\frac{U}{V}$	$\frac{W}{V}$	Долгота L	Широта B
МСП	0.438 ± 0.016	0.350 ± 0.016	66.347 ± 0.769	17.776 ± 0.768
Метод итераций	0.529 ± 0.018	0.408 ± 0.017	62.121 ± 0.806	19.832 ± 0.774
Точные значения	0.529 ± 0	0.412 ± 0	62.103 ± 0	19.997 ± 0

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЫБОРОК ИЗ КАТАЛОГА HIPPARCOS

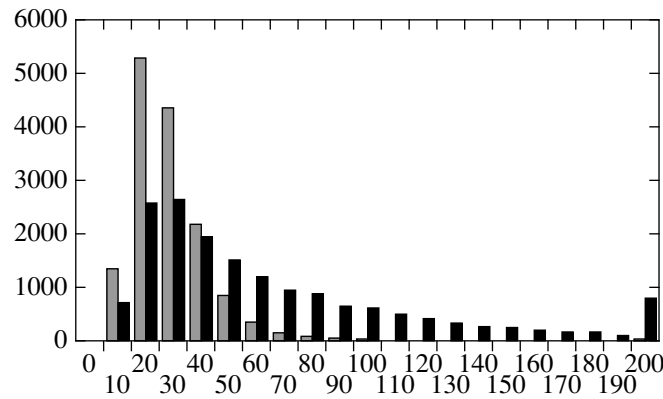
Тестирование нашего метода с помощью реальных астрометрических данных мы провели с использованием оригинального каталога HIPPARCOS (Перриман и др., 1997) и в его улучшенной версии (Левен, 2007), обозначаемой в дальнейшем как HIP-2007. Однако следует иметь в виду, что не для всякой выборки звезд такое тестирование может оказаться успешным. Дело в том, что вклад “солнечных членов” в собственные движения велик для близких звезд и уменьшается с ростом расстояний до звезд. Аналогично ведет себя и вклад шумовой компоненты, обусловленной пекулярными скоростями звезд. Вклад всех остальных кинема-

тических параметров (включая постоянные Оорта) от расстояния не зависит. Решение уравнений Огородникова–Милна по звездам, заключенным в узких сферических оболочках, показывает, что вплоть до расстояний 150–200 пк статистически надежно (по критерию “три сигма”) определяются лишь компоненты скорости движения Солнца, а все остальные эффекты “тонут” в шумах пекулярных движений звезд. Параметры Оорта и остальные коэффициенты линейной модели Оорта–Линблада начинают определяться надежно лишь при удалении звезд от Солнца на расстояния больше 200 пк. В то же самое время для проверки нашего метода нужно использовать параллаксы с малыми относительными погрешностями, что выполняется только для близких звезд. Например, по данным первоначальной версии каталога HIPPARCOS доля звезд с относительной погрешностью параллаксов 0.3 в диапазоне расстояний от 50 до 150 пк равна 0.96, в то время как в диапазоне расстояний от 250 до 350 пк эта доля составляет 0.44. Аналогичные доли по данным HIP-2007 равны 0.97 и 0.65. Таким образом, использование высокоточных параллаксов неминуемо требует брать в обработку близкие звезды (до 200 пк) и тем самым позволяет проконтролировать работу нашего метода лишь по определению координат апекса Солнца.

Таблица 6. Численные эксперименты (первый и второй каталоги). Заданные и статистически значимые (по критерию “3 сигма”) восстановленные значения коэффициентов разложения параллаксов по сферическим функциям. Единицы измерения: мсд

π_{nkr}	Заданные значения	v_{nkr}/V	Заданные значения	v_{nkr}/V
	Первый каталог		Второй каталог	
π_{001}	35	34.850 ± 0.071	35	35.142 ± 0.075
π_{201}	7	7.078 ± 0.063	7	6.852 ± 0.065
π_{220}	5	4.933 ± 0.079	5	5.079 ± 0.083
π_{221}	5	5.035 ± 0.072	5	4.949 ± 0.075

Проиллюстрируем это на примере выборки звезд из каталога HIPPARCOS, сформированной по звездам с абсолютными звездными величинами $-5 \leq M_V \leq 15$ и с показателями цвета $-0.5 \leq B - V \leq 2.0$ и с относительной погрешностью параллаксов, не превосходящей 0.15. Таких звезд



Распределения относительных погрешностей параллаксов. По горизонтальной оси отложены относительные погрешности параллаксов в процентах, по вертикальной — число звезд. Светлые столбики — выборка 14 617 звезд, черные столбики выборка 16 938 звезд.

оказалось 29 433. Их средний параллакс равен 10.7 мсд, что соответствует среднему расстоянию 93.5 пк. Отбор звезд по заданной относительной точности параллаксов отбросил все звезды с расстояниями, большими 100 пк. Таким образом, наша выборка позволяет проконтролировать лишь получение нашим методом координат апекса Солнца. Результаты восстановления параллактических коэффициентов показаны в табл. 7. Обращают на себя внимание большие значения среднеквадратичных ошибок коэффициентов, что объясняется значительным уровнем шума пекулярных скоростей звезд на расстоянии порядка 100 пк. Полученные методом итераций координаты апекса находятся в хорошем согласии с методом учета параллаксов звезд (табл. 8). Мы видим здесь удовлетворительное согласие результатов, полученных методом итераций и методом учета параллаксов.

В первой выборке звезд систематический ход их параллаксов по небу оказался не очень ярко выраженным (показатель контраста $(\pi_{npk})_{\max}/\pi_{001} = 0.061$). Чтобы посмотреть, как работает наш ме-

тод в ситуации заметного хода параллаксов по небу, мы сформировали вторую выборку, взяв в обработку звезды в диапазоне расстояний от 100 до 400 пк, с абсолютными звездными величинами $-4 \leq M_V \leq 5$ и с показателями цвета $-0.4 \leq B - V \leq 1.8$. При выборе звезд было наложено условие, чтобы параллакс звезды с координатами l, b отклонялся не более, чем на 1 мсд от значения, задаваемого выражением (5) с коэффициентами $\pi_{001} = 10$, $\pi_{201} = 3$, $\pi_{320} = 2$ мсд. Таких звезд оказалось 14 617. Значимые параллактические коэффициенты, полученные непосредственно и методом итераций, показаны в последних столбцах табл. 9. Как мы видим, в этой выборке звезд имеется заметный ход параллаксов по небу, так как показатель контраста, полученный по реальным коэффициентам, равен 0.17. Параметры модели Огородникова—Милна и координаты апекса движения Солнца показаны в табл. 10 и 11. Анализ этих таблиц показывает, что наш метод, во-первых, достаточно точно обнаружил все значимые гармоники представления параллаксов звезд выборки по сферическим функциям; во-вторых, обнаружил, что среди коэффициентов модели Огородникова—Милна значимыми являются лишь параметры Оорта ω_3 и M_{12}^+ ; в-третьих, дал истинную широту апекса движения Солнца, отличающихся от значения, полученного по МСП, на $4^\circ 6 \pm 1^\circ 8$. Отметим, что в пределах среднеквадратичных ошибок все эти результаты подтверждаются численными значениями, полученными при учете параллаксов звезд, приведенных в каталоге HIPPARCOS.

В приведенных примерах использовались близкие звезды. Однако испытания показали, что с возрастанием среднего расстояния до звезд выборки координаты апекса, полученные методом итераций и методом непосредственного решения основных уравнений с учетом параллаксов, начинают расходиться. При этом наблюдается расхождение коэф-

Таблица 7. Статистически значимые реальные значения параллактических коэффициентов для выборки 29 433 звезд из каталога HIPPARCOS и результаты их восстановления методом итераций. Единицы измерения мсд

N	nkp	Реальные	Восстановленные
0	0 0 1	37.914 ± 0.093	38.630 ± 0.526
4	2 0 1	1.332 ± 0.092	0.396 ± 0.462
5	2 1 1	-1.827 ± 0.093	-1.012 ± 0.520
8	2 2 1	2.348 ± 0.093	1.426 ± 0.525

Таблица 8. Значения отношений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и координат L , B апекса движения Солнца (градусы) для выборки из 29 433 звезд из каталога HIPPARCOS

Метод	$\frac{U}{V}$	$\frac{W}{V}$	Долгота L	Широта B
МСП	0.530 ± 0.014	0.378 ± 0.015	62.092 ± 0.637	18.461 ± 0.624
Метод итераций	0.551 ± 0.017	0.378 ± 0.015	61.126 ± 0.731	18.335 ± 0.701
МУП	0.560 ± 0.014	0.381 ± 0.014	60.729 ± 0.631	18.372 ± 0.624

коэффициентов разложения по сферическим функциям исходных параллаксов и коэффициентов v_{npr} , получающихся в методе итераций. По всей видимости, “солнечные” компоненты в собственных движениях звезд каталога HIPPARCOS формируются параллаксами, отличными от приведенных в каталоге. В этом смысле мы имеем дело с двумя видами параллаксов. Первый — традиционный, который получается тригонометрическим методом.

Таблица 9. Заданные, реальные и восстановленные статистически значимые значения параллактических коэффициентов для выборки 14 617 звезд из каталога HIPPARCOS. Единицы измерения мсд

N	nkr	Заданные	Реальные	Восстановленные
0	0 0 1	10	11.519 ± 0.013	11.163 ± 0.267
4	2 0 1	3	1.982 ± 0.012	2.847 ± 0.231
5	2 1 0	2	1.258 ± 0.013	0.850 ± 0.280

Таблица 10. Параметры модели Огородникова–Милна для выборки 14 617 звезд из каталога HIPPARCOS. Единицы измерения км/с/кпк

Параметры	Метод итераций уравнения (16), (17)	Метод итераций уравнений (19), (20)	МУП уравнения (2), (3)
ω_3	-15.41 ± 1.34	-15.12 ± 2.94	-15.50 ± 1.37
M_{12}^+	14.30 ± 2.05	12.97 ± 3.40	13.82 ± 1.77
ω_2	-0.66 ± 1.32	—	-0.57 ± 1.35
M_{13}^+	-0.14 ± 1.91	—	-0.71 ± 1.75
ω_1	1.45 ± 1.33	—	1.39 ± 1.36
M_{23}^+	0.08 ± 2.00	—	1.38 ± 1.75
M_{11}^*	1.45 ± 1.33	-4.39 ± 6.60	-7.45 ± 3.50
X	0.08 ± 2.00	2.35 ± 4.31	-0.23 ± 3.04

При измерениях на спутнике HIPPARCOS абсолютная погрешность измерения параллаксов была на уровне 1 мсд и не зависела от расстояний до звезд. Однако, как говорилось выше, уже для звезд с параллаксом менее 5 мсд, т.е. удаленных от Солнца более чем на 200 пк, относительная погрешность становится более 0.3, что может привести к заметному ходу параллаксов по сфере. Второй вид параллаксов получается в нашем методе, поскольку параллаксы наряду с компонентами скорости Солнца формируют величину “солнечных” членов в собственных движениях звезд. Поэтому эти параллаксы уместно назвать кинематическими. Вполне понятно, что эти два вида параллаксов могут систематически различаться.

Приведем пример такой ситуации. Для этого произведем третью выборку звезд из каталога HIPPARCOS в диапазоне расстояний от 100 до 2100 пк, с абсолютными звездными величинами $-4 \leq M_V \leq 5$ и с показателями цвета $-0.4 \leq B - V \leq 1.8$. При выборе звезд вновь наложим условие, чтобы параллакс звезды с координатами l , b отклонялся не более, чем на 1 мсд от значения, задаваемого выражением (5) с коэффициентами $\pi_{001} = 5.9$, $\pi_{201} = 4$, $\pi_{210} = 2$ мсд. Таких звезд оказалось 16 938. На рисунке показаны распределения относительной погрешности параллаксов для второй и третьей выборки звезд. Из этих гистограмм можно получить средние значения относительных погрешностей параллаксов 0.3 и 0.6 соответственно для обеих выборок. Кроме того, эти гистограммы показывают, что во второй выборке доля звезд с относительной погрешностью параллаксов, не превышающую 0.3, равна 75%, в то время как в третьей выборке таких звезд только 35%.

Реально полученные значимые величины параллактических коэффициентов для звезд третьей выборки приведены в табл. 12, а отношения $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и координаты апекса движения Солнца — в табл. 13. Анализ этих таблиц показывает, что результаты метода итераций отличаются от результатов МУП, полученных с учетом параллаксов, приведенных в каталоге HIPPARCOS. Особенно разительно эти

Таблица 11. Значения отношений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и координат L , B апекса движения Солнца (градусы) для выборки 14617 звезд из каталога HIPPARCOS

Метод	$\frac{U}{V}$	$\frac{W}{V}$	Долгота L	Широта B
МСП	0.545 ± 0.027	0.372 ± 0.025	61.410 ± 1.193	18.089 ± 1.153
Метод итераций	0.513 ± 0.031	0.469 ± 0.030	62.842 ± 1.406	22.650 ± 1.328
МУП	0.516 ± 0.023	0.455 ± 0.026	62.706 ± 1.041	22.016 ± 1.153

Таблица 12. Заданные, реальные и восстановленные статистически значимые значения параллактических коэффициентов для выборки 16938 звезд из каталога HIPPARCOS. Единицы измерения мсд

N	nkr	Заданные	Реальные	Метод итераций I	Метод итераций II
0	0 0 1	10	6.900 ± 0.014	7.43 ± 0.17	6.884 ± 0.051
4	2 0 1	3	3.249 ± 0.014	2.51 ± 0.14	3.139 ± 0.044
5	2 1 0	2	1.643 ± 0.015	0.48 ± 0.18	1.602 ± 0.055

Таблица 13. Значения отношений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и координат L , B апекса движения Солнца (градусы) для выборки 16938 звезд из каталога HIPPARCOS

Метод	$\frac{U}{V}$	$\frac{W}{V}$	Долгота L	Широта B
МСП	0.522 ± 0.027	0.308 ± 0.025	62.435 ± 1.216	15.272 ± 1.193
МУП	0.480 ± 0.022	0.527 ± 0.032	64.359 ± 1.024	25.413 ± 1.362
Метод итераций I	0.505 ± 0.031	0.419 ± 0.030	63.206 ± 1.415	20.506 ± 1.366
Метод итераций II	0.490 ± 0.024	0.523 ± 0.025	63.895 ± 1.109	25.157 ± 1.074

Таблица 14. Параметры модели Огородникова–Милна для третьей выборки звезд из каталогов HIPPARCOS и HIP-2007. Единицы измерения км/с/кпк

Параметры	HIPPARCOS	HIP-2007
U	11.154 ± 0.470	11.298 ± 0.430
V	23.214 ± 0.484	22.382 ± 0.442
W	12.240 ± 0.687	11.289 ± 0.627
ω_1	-0.940 ± 1.150	0.315 ± 1.055
ω_2	0.394 ± 1.151	0.521 ± 1.056
ω_3	-12.654 ± 1.156	-12.501 ± 1.062
M_{13}^+	0.923 ± 1.484	0.687 ± 1.362
M_{23}^+	-0.738 ± 1.478	-1.061 ± 1.357
M_{12}^+	12.898 ± 1.494	12.961 ± 1.373
M_{11}^+	-6.454 ± 2.980	-7.293 ± 2.735
X	4.548 ± 2.583	2.666 ± 2.370

отличия проявляются в значениях широты апекса Солнца (табл. 13, Метод итераций I).

Можно думать, что причиной этих различий является то, что в третьей выборке доля звезд с хорошей точностью определения параллаксов (на уровне 0.3) не очень велика. Для проверки такого предположения сделаем обработку этой же выборки, используя на этот раз каталог HIP-2007. В данном случае среднее значение относительной погрешности параллаксов третьей выборки практически не изменилось, но доля звезд с относительной погрешностью менее 0.3 оказалось равной 0.44 вместо прежнего значения 0.35. В табл. 14 приведены параметры модели Огородникова–Милна, полученные методом учета параллаксов (МУП) по третьей выборке звезд, взятых из каталогов HIPPARCOS и HIP-2007. Как мы видим, переход на каталог HIP-2007 дает разве лишь небольшое уменьшение среднеквадратичных погрешностей параметров, при этом сами параметры меняются незначимо. Аналогичная ситуация имеет место и для близких звезд. Это говорит о том, что в данном конкретном случае

Таблица 15. Заданные, реальные и восстановленные статистически значимые значения параллактических коэффициентов для выборки 16 938 звезд из каталога HIP-2007. Единицы измерения мсд

N	nkp	Заданные	Реальные	Метод итераций I	Метод итераций II
0	0 0 1	10	6.937 ± 0.014	7.46 ± 0.16	6.889 ± 0.059
4	2 0 1	3	3.251 ± 0.014	2.53 ± 0.14	3.288 ± 0.050
5	2 1 0	2	1.617 ± 0.015	0.47 ± 0.17	1.757 ± 0.063

Таблица 16. Значения отношений $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и координат L , B апекса движения Солнца (градусы) для выборки 16 938 звезд из каталога HIP-2007

Метод	$\frac{U}{V}$	$\frac{W}{V}$	Долгота L	Широта B
МСП	0.535 ± 0.026	0.296 ± 0.024	61.851 ± 1.170	14.621 ± 1.159
МУП	0.505 ± 0.022	0.504 ± 0.030	63.216 ± 0.988	24.240 ± 1.278
Метод итераций I	0.525 ± 0.031	0.399 ± 0.029	62.306 ± 1.372	19.470 ± 1.321
Метод итераций II	0.510 ± 0.026	0.522 ± 0.026	62.980 ± 1.177	24.950 ± 1.120

использование улучшенной версии каталога HIP-PARCOS не может существенно изменить общую картину, возникающую в нашем методе при использовании как близких, так и далеких звезд. Результаты, полученные методом итераций для третьей выборки из каталога HIP-2007, показаны в табл. 15 и 16 (Метод итераций I). Сравнение этих таблиц с аналогичными табл. 12 и 13 свидетельствует о том, что при переходе на каталог HIP-2007 радикального улучшения ситуации, то есть статистического совпадения результатов, полученных методом итераций и методом учета параллакса (МУП), не произошло.

Можно показать, что параллаксы далеких звезд обеих версий каталога HIPPARCOS не адекватно формируют “солнечные члены” собственных движений звезд. Для этого вычислим искусственные собственные движения звезд выборки, используя параллаксы, приводимые в каталогах HIPPARCOS и HIP-2007, а также значения кинематических параметров модели Огородникова–Милна для этих каталогов, приведенные в табл. 14. Полученные для этих собственных движений нашим методом значимые величины параллактических коэффициентов показаны в табл. 12 и 15, а новые отношения $\frac{U}{V}$, $\frac{W}{V}$ и координаты апекса движения Солнца — в табл. 13 и 16 (Метод итераций II). Сравнение результатов метода итераций I и II показывает, что наш прием радикально улучшил совпадение исходных и восстановленных значений гармоник с индексами (201) и (210), что в свою очередь привело к фактическому совпадению значений широты апекса, полученных методами итераций и методом, основанном на учете индивидуальных

параллакса. Это согласие объясняется тем, что в наших вычислениях кинематические и тригонометрические параллаксы были сделаны одинаковыми.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как уже было сказано, предлагаемый нами метод кинематического анализа собственных движений звезд был разработан для получения параметров поля скоростей, свободных от искажений, возникающих от систематического хода параллакса звезд по небесной сфере. Действительно, при моделировании хода параллакса по координатам с помощью сферических функций, наш метод оказался способным получить точные значения координат апекса движения Солнца. Помимо этого, уравнения (16) и (17) позволяют оценить кинематические параметры полной линейной модели Огородникова–Милна с точностью до трех параллактических коэффициентов первого порядка, а уравнения (19) и (20) дают возможность получить кинематические параметры модели усеченной модели Огородникова–Милна, соответствующей плоскому вращению Галактики.

В реальности, когда в каталоге отсутствуют параллаксы звезд, у нас есть только два метода (МСП и метод итераций). Если оба метода дадут значимое различие координат апекса Солнца, то это укажет нам на то, что во взятой выборке звезд реально существует заметный ход параллакса звезд по сфере и что в качестве окончательных значений следует взять результаты, полученные нашим методом. В противном случае мы получаем свидетельство того, что, по крайней мере, четные

параллактические коэффициенты малы. В этом случае в качестве окончательных значений координат апекса Солнца можно взять любое из полученных решений. Что касается остальных параметров, то, как было сказано выше, можно отдать предпочтение решению уравнений (16) и (17), если нам известно, что в представлении параллакса по сферическим функциям отсутствуют гармоники первого порядка. На практике это условие проверить трудно. Напротив, отсутствие кинематических эффектов в плоскостях, перпендикулярных плоскости Галактики, может быть гарантировано достаточно надежно, особенно для богатых выборок звезд-гигантов спектральных классов *O* и *B*. В этом случае можно ограничиться использованием метода итераций для решения уравнений (19) и (20).

Интересной особенностью нашего метода является то, что он позволяет построить в галактической системе координат форму фигуры, поверхность которой описывает отличия распределения параллакса от сферы, соответствующей среднему параллаксу изучаемой выборки звезд. Особо подчеркнем, что все это делается при полном отсутствии сведений о параллаксах звезд. Основным источником информации о параллаксах здесь являются “солнечные члены” собственных движений звезд, которые формируются произведениями параллакса на компоненты скорости движения Солнца относительно центра звезд. Таким образом, помимо тригонометрических, фотометрических и спектральных параллаксах получается право на существование еще один вид параллакса — кинематические параллаксы, получаемые нашим методом. Очевидно, что сравнение всех этих параллаксах может способствовать получению истинных параллаксах звезд, освобожденных от влияния систематических ошибок различного рода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арфкен Г., *Математические методы в физике* (М.: Атомиздат, 1970), с. 493.
2. Вильямс, Высоцкий (E. Williams and A.N. Vyssotsky), *Astron. Nachr.* **53**, 58 (1947).
3. Витязев, Шуксто (V. Vityazev and A. Shuksto), *ASP Conf. Ser.* **316**, 230 (2004).
4. Витязев В.В., Шуксто А.К., *Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Вып. 1.* 116 (2005).
5. Витязев В.В., Цветков А.С., *Письма в Астрон. журн.* **35**, 114 (2009) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, *Astron. Lett.* **35**, 100 (2009)].
6. Витязев В.В., Цветков А.С., *Письма в Астрон. журн.* **38**, 467 (2012) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, *Astron. Lett.* **38**, 411 (2012)].
7. Витязев В.В., Цветков А.С., *Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Вып. 2,* 138 (2013).
8. Витязев В.В., Цветков А.С., *Письма в Астрон. журн.* **40**, 49 (2014) [V.V. Vityazev, A.S. Tsvetkov, *Astron. Lett.* **40**, 46 (2014)].
9. Горский и др. (K.M. Gorski, E. Hivon, A.J. Banday, B.D. Wandelt, F.K. Hansen, M. Reinecke, and M. Bartelmann), *Astrophys. J.* **622**, 759 (2005).
10. Захариас и др. (N. Zacharias, C.T. Finch, T.M. Girard, A. Henden, J.L. Bartlett, D.G. Monet, and M.I. Zacharias), *Astron. J.* **145**, 44 (2013).
11. Левен (van Leeuwen, Floor). *Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data, Space Science Library, Vol. 350* (Ed. F. van Leeuwen. Berlin: Springer, 2007).
12. Макаров, Мерфи (V.V. Makarov and D.W. Murphy), *Astron. J.* **134**, 367 (2007).
13. Миямото и др. (M. Miyamoto, M. Soma, and M. Yokoshima), *Astron. J.* **105**, 2138 (1993).
14. Дю Монт (B.A. du Mont), *Astron. Astrophys.* **61**, 127 (1977).
15. Огородников К.Ф., *Динамика звездных систем* (М.: Физматгиз, 1965).
16. Огородников К.Ф., *Динамика звездных систем* (М.: Физматгиз, 1965).
17. Оллинг и др. (Rob P. Olling and Walter Dehnen), *Astrophys. J.* **599**, 275 (2003).
18. Оорт (J.H. Oort), *Colloq. Intern. Centre Natl., Rech. Sci. (Paris)*, XXV, 55, (1950).
19. Фрикке (W. Fricke), *Astron. J.* **72**, 1355 (1968).
20. Перриман и др. (M.A.C. Perryman, ESA), *The HIPPARCOS and TYCHO Catalogues 1-17*, ESA SP-1200 (1997).
21. Резер и др. (S. Roeser, M. Demleitner, and E. Schilbach), *Astron. J.* **139**, 2440 (2010).
22. Шенрих и др. (R. Schonrich, J. Binney, and M. Asplund), *MNRAS* **420**, 1281 (2012).